[illegible] $dw_i = \frac{t_i}{T}$ [illegible]

[illegible] $\frac{dN}{N} = \frac{t_i}{T}$, [illegible] $dN = \varepsilon\, d\tau_i = N\frac{t_i}{T} = N w\, d\tau_i$, $\varepsilon = N w$, [illegible]

[illegible]

$$\overline{\mathfrak{E}} = \frac{\int \mathfrak{E} e^{-\frac{\mathfrak{E}}{\Theta}} d\tau}{\int e^{-\frac{\mathfrak{E}}{\Theta}} d\tau} = \mathfrak{E}_0 \qquad \overline{L} = \frac{\int \cancel{L f}(p,q)\,\varphi(q)\,dq\,dp}{\int \cancel{f}(p,q)\,\varphi(q)\,dq\,dp} = \frac{\int \varphi(q)\,dq \int L\, f(p,q)\,dp}{\int \varphi(q)\,dq \int f(p,q)\,dp}$$

$$\cancel{\overline{L} = \int L e^{-\frac{L}{\Theta}} dp_1 \dots dp_n}$$

$$G = \frac{p\sqrt{\varrho_1}}{\sqrt{2\pi}} A, \quad \Delta n = \frac{1}{4} A n \overline{c}, \quad G = m \Delta n = \frac{1}{4} A \varrho \overline{c}, \quad p = \frac{1}{3}\varrho \overline{c^2}, \quad \overline{c^2} = \frac{3p}{\varrho}$$

$$\overline{c} = \sqrt{\frac{8}{3\pi}}\sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{\frac{8p}{\pi\varrho}}, \quad G = \frac{1}{4} A \varrho \sqrt{\frac{8p}{\pi\varrho}} = \frac{A}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{p\varrho}, \quad \frac{p}{p_1} = \frac{\varrho}{\varrho_1}, \quad \varrho = p\varrho_1 \ (p_1 = 1)$$

$$G = \frac{A}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{p^2\varrho_1} = \frac{p\sqrt{\varrho_1}}{\sqrt{2\pi}} A \qquad p v = RT, \quad v = \frac{M}{\varrho}$$

$$\varrho_1 \overline{c}_1 = \varrho_2 \overline{c}_2 \qquad p_1 \frac{1}{\varrho_1} = \frac{R}{M} T_1, \quad \overline{c}_1 = \text{konst}\sqrt{T_1}, \quad \varrho_1 = \text{konst}\frac{p_1}{T_1}, \quad \varrho_1 \overline{c}_1 = \frac{p_1}{\sqrt{T_1}}$$

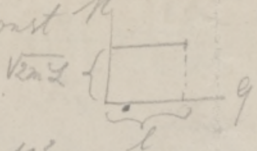
$\boxed{\text{4. Stunde}}$ St. M.

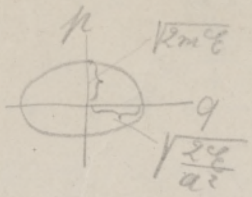
Liouville'scher Satz. 2 dimens. Systeme von einem Freiheitsgrad. Lagekoord. q kinet. Energie $L = L(q,\dot q)$, Impulskoord. $p = \frac{\partial L}{\partial \dot q}$, $L = L(q,p)$

$U = U(q)$ pot. En. Hamilton $\frac{dq}{dt} = \frac{\partial E}{\partial p}$, $\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial q}$ $E = L + U$

Beispiel: $0 < q < l$, $L = \frac{m}{2}\dot q^2$, $p = m\dot q$, $L = \frac{p^2}{2m}$, $U = 0$

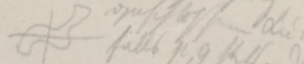
Energiefläche $p = \sqrt{2mL} = \text{konst}$





$U = \frac{a^2}{2} q^2$, $E = L + U = \frac{p^2}{2m} + \frac{a^2}{2} q^2$

$1 = \frac{p^2}{2mE} + \frac{q^2}{\frac{2E}{a^2}}$, Allgemein $E(q,p) = \text{konst}$ Gleichung zwischen q, p also Kurve in p, q Ebene.



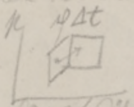
[illegible]

[illegible] $\Delta \tau$ [illegible] ΔN [illegible] $\frac{\Delta n}{\Delta \tau}$ [illegible] $\Delta \tau$ [illegible]

$\varepsilon = \varepsilon(q, p, t)$, [illegible] t [illegible] $\dot q, \dot p$ [illegible] q, p [illegible] $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)_{p,q}$ [illegible]

Im Raumelement $d\tau = dq\,dp$ sind $n = \varepsilon\,d\tau$ Systempunkte. [illegible] von n pro Zeiteinheit $\frac{dn}{dt}$ ist $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)_{p,q} d\tau$. [illegible]

$dq\,dp$



[illegible] Δt [illegible] $d p \cdot \frac{d\tau}{dq}$ [illegible]

$\varepsilon \dot q \Delta t \frac{d\tau}{dq}$. [illegible] $\left[\varepsilon \dot q + \frac{\partial(\varepsilon \dot q)}{\partial q}\right] \frac{d\tau}{dq}$

$\varepsilon \dot q \frac{d\tau}{dq}$ Punkte. [illegible] $-\frac{\partial(\varepsilon \dot q)}{\partial q} d\tau$ Punkte. [illegible]

[illegible] $-\frac{\partial(\varepsilon \dot p)}{\partial p} d\tau$ Punkte. Also $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)_{pq} d\tau = -\left[\frac{\partial(\varepsilon \dot q)}{\partial q} + \frac{\partial(\varepsilon \dot p)}{\partial p}\right] d\tau$

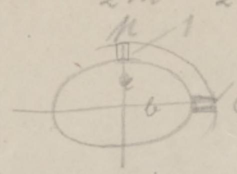
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon \dot q)}{\partial q} + \frac{\partial(\varepsilon \dot p)}{\partial p} = 0 = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \dot q \frac{\partial \varepsilon}{\partial q} + \dot p \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} + \varepsilon\left(\frac{\partial \dot q}{\partial q} + \frac{\partial \dot p}{\partial p}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial q}\frac{dq}{dt} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\frac{dp}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$\boxed{\text{5. Stunde}}$

Bewiesen (3. Stde), daß $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$, d. h. die [illegible] Dichte längs einer Phasenbahn bleibt konstant, heißt aber nicht die Flächendichte auf der Energiefläche. 2 dimens. Beispiel. Quasielastisch gebundener Massenpunkt. Gleichg. d. $\mathcal{E}$-Fläche:

$$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} + \frac{\alpha^2}{2} q^2, \quad 1 = \frac{p^2}{2m\mathcal{E}} + \frac{q^2}{\frac{2\mathcal{E}}{\alpha^2}} = \frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2}$$

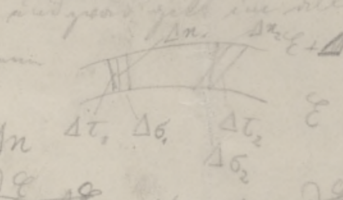


$$a = \sqrt{2m\mathcal{E}}, \quad b = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{\alpha^2}}$$

Betrachten zweiten Resonator, genau gleichartigen, wie Energie gleich $\mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}$. Seine Schwingungsdauer T ist gleich der des ersten, denn T ist unabhängig von $\mathcal{E}$: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\alpha^2}}$. Ich betrachte nun den Fall, daß beide gleichzeitig durch pos. p-Achse gehen. Dann werden sie auch nach $\frac{T}{4}$ wieder gleichzeitig durch pos. q-Achse gehen. Betrachte jetzt wieder [illegible] gleichbeschaffenen Resonatoren, mit Energie zwischen $\mathcal{E}$ und $\mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}$, und zwar die [illegible] zur Zeit t_1 [illegible] Kontinuum 1 liegen, werden zu $t = t_1 + \frac{T}{4}$ in 2 liegen. Nach Liouville haben die Kontinua gleichen Flächeninhalt. Nun können wir leicht beweisen, daß Höhenabstand [illegible] ist. Es ist $a + \Delta a = a + \frac{\partial a}{\partial \mathcal{E}} \Delta\mathcal{E}$, $\Delta a = \frac{1}{2}\frac{2m}{a} = \frac{m}{a}\Delta\mathcal{E} = \sqrt{\frac{m}{2\mathcal{E}}}\Delta\mathcal{E}$

$\Delta b = \frac{\partial b}{\partial \mathcal{E}} \Delta\mathcal{E} = \frac{1}{2}\frac{\frac{2}{\alpha^2}}{b}\Delta\mathcal{E} = \frac{1}{\sqrt{2\mathcal{E}\alpha^2}}\Delta\mathcal{E}$, also im allgem. $\Delta a \neq \Delta b$

Also müssen auf die [illegible] der Kontinua ungleich [illegible] derselben Systempunkte, die zur Zeit t_1 auf Grundfläche von Kontinuum 1 lagen, liegen also nach $\frac{T}{4}$ auf einer gleichen Grundfläche von 2. Die Flächendichte ε_f bleibt also im allgemeinen nicht konstant, wenn wir mit Systempunkt wandern, während [illegible] im allgemeinen Falle $\varepsilon_f \cdot \operatorname{grad}\mathcal{E} = \varepsilon_f \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial n}$ bleibt. Denn

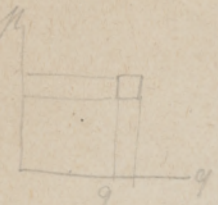


aus $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2$ folgt

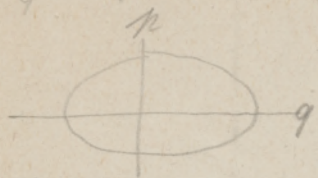
$$\Delta\mathcal{E} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial n}\Delta n \qquad \Delta\sigma_1 \cdot \Delta n_1 = \Delta\sigma_2 \, \Delta n_2$$

$$\cancel{\Delta n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial n} \Delta\mathcal{E}} \text{ also } \cancel{\Delta\sigma \cdot \frac{\partial \mathcal{E}}{}} \qquad \varepsilon_f \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial n} = \text{konst}$$

[illegible]



$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \dot{q}\, \varepsilon\, dp$$

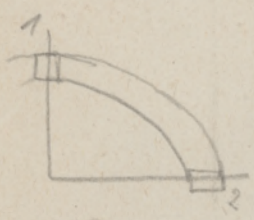


$$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} + \frac{\alpha^2}{2} q^2, \quad 1 = \frac{p^2}{2m\mathcal{E}} + \frac{q^2}{\frac{2\mathcal{E}}{\alpha^2}} = \frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2}$$

$$a = \sqrt{2m\mathcal{E}}, \quad b = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{\alpha^2}} \qquad a + \Delta a = a + \frac{\partial a}{\partial \mathcal{E}} \Delta \mathcal{E}$$

$$\Delta a = \frac{\partial a}{\partial \mathcal{E}} \Delta \mathcal{E} = \frac{1}{2} \frac{2m}{\sqrt{2m\mathcal{E}}} = \frac{m}{a}, \quad \Delta b = \frac{\partial b}{\partial \mathcal{E}} \Delta \mathcal{E} = \frac{1}{2} \frac{\frac{2}{\alpha^2}}{b}$$

$$\frac{2\mathcal{E}}{\alpha^2} = b^2, \quad \frac{1}{\alpha^2} = \frac{b^2}{2\mathcal{E}}, \quad 2m\mathcal{E} = a^2, \quad m = \frac{a^2}{2\mathcal{E}}, \quad \Delta a = \frac{1}{2\mathcal{E}} a, \quad \Delta b = \frac{1}{2\mathcal{E}} b$$



$$q = b \sin \sqrt{\frac{\alpha^2}{m}}\, t \qquad (2\pi\nu)^2 = \frac{\alpha^2}{m}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha^2}{m}}, \quad T = \frac{1}{\nu} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha^2}}$$

$$t = 0, \; q = 0, \quad t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{\alpha^2}}, \quad q = b, \quad p = m\dot{q} =$$

[illegible] $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha^2}}$ [illegible] $\mathcal{E}$. 2 [illegible] $\mathcal{E}$ [illegible] $\mathcal{E} + \Delta \mathcal{E}$ [illegible] p [illegible] q [illegible] 1 [illegible] $\frac{T}{4}$ [illegible] 2. [illegible] 2 [illegible] 1.

$$\dot{q} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial q} \qquad \frac{\dot{p}}{\dot{q}} = -\alpha^2 m \frac{q}{p}$$

$$= \frac{p}{m}, \qquad = -\alpha^2 q$$

$$dw = C e^{-\frac{\mathcal{E}}{\Theta}} d\tau, \quad 1 = C \int e^{-\frac{\mathcal{E}}{\Theta}} d\tau, \quad dw = \frac{e^{-\frac{\mathcal{E}}{\Theta}} d\tau}{\int e^{-\frac{\mathcal{E}}{\Theta}} d\tau}, \quad \bar{g} = \frac{\int g e^{-\frac{\mathcal{E}}{\Theta}} d\tau}{\int e^{-\frac{\mathcal{E}}{\Theta}} d\tau}$$

$$2L = \sum \frac{\partial L}{\partial p_k} p_k \qquad \cancel{L = \int L\, d\tau}$$

$$2\bar{L} = \frac{\int \frac{\partial L}{\partial p_k} p_k e^{-\frac{L}{\Theta}} d\tau_p}{\int e^{-\frac{L}{\Theta}} d\tau_p} = \frac{\sum \int \frac{\partial L}{\partial p_k} p_k e^{-\frac{L}{\Theta}} d\tau_p}{\int e^{-\frac{L}{\Theta}} d\tau_p}$$

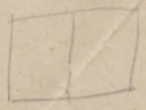
$$\int \frac{\partial L}{\partial p_1} p_1 e^{-\frac{L}{\Theta}} dp_1 \ldots dp_n = -\Theta \int \frac{\partial}{\partial p_1} \left(e^{-\frac{L}{\Theta}}\right) p_1\, dp_1 \ldots dp_n = -\Theta \int dp_2 \ldots dp_n \int p_1 \frac{\partial}{\partial p_1} \left(e^{-\frac{L}{\Theta}}\right) dp_1$$

$$\int p_1\, d\left(e^{-\frac{L}{\Theta}}\right) = p_1 e^{-\frac{L}{\Theta}} \Big| - \int e^{-\frac{L}{\Theta}} dp_1, \quad \int \frac{\partial L}{\partial p_1} p_1 e^{-\frac{L}{\Theta}} dp_1 \ldots dp_n = \Theta \int e^{-\frac{L}{\Theta}} dp_1 \ldots dp_n$$

$$2\bar{L} = n\Theta, \quad \bar{L} = n\frac{\Theta}{2} \qquad L = \frac{p_1^2}{2} + L' = L_1 + L' \qquad L_1 = k p_1^2, \quad \sqrt{\frac{k}{\Theta}}\, p_1 \sqrt{\frac{k}{\Theta}}$$

$$\bar{L}_1 = \frac{\int L_1 e^{-\frac{L_1 + L'}{\Theta}} d\tau}{\int d\tau} \qquad \frac{\int L_1 e^{-\frac{L_1}{\Theta}} dp_1}{\int e^{-\frac{L_1}{\Theta}} dp_1} = \frac{k \int e^{-\frac{k p_1^2}{\Theta}} p_1^2\, dp_1}{\int e^{-\frac{k p_1^2}{\Theta}} dp_1} = \Theta \frac{\int e^{-x^2} x^2\, dx}{\int e^{-x^2} dx}$$

$$d\, x e^{-x^2} = e^{-x^2} dx - 2x^2 e^{-x^2} dx$$



1 Mol $\frac{\tau}{T}$ = $\frac{1}{2}$ [illegible] 2 Mol $W = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ [illegible]
[illegible]
$S = k \ln W$. [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible]

Maxwell, Boltzmann, Gibbs, Ehrenfest, [illegible], [illegible], [illegible]

$\left(\frac{1}{2}\right)^n$ $\quad S_1 = f(W_1) \quad S_2 = f(W_2)$

o	l
1 2 3 4	
1 2 3	4
1 2 4	3
1 3 4	2
2 3 4	1
1 2	3 4
1 3	2 4
2 4	1 3
2 3	1 4
3 4	1 2
1 4	2 3

$$\frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!} \quad \frac{(n_1+n_2)!}{(n_1)!\,n_2!} \quad \ln n! = n \ln n - n$$

$$\frac{4!}{3!\,1!} \quad \frac{4!}{2!\,2!} = 3.2 \quad \frac{n!}{n_1!\,(n-n_1)!} \quad \frac{d \ln \frac{n!}{n_1!\,(n-n_1)!}}{dn_1} = 0 - 1 - \ln n_1 + 1 + 1 + \ln$$

$$n' - n_1 \ln n_1 + n_1 - (n-n_1)\ln(n-n_1) + n - n_1$$

$$-\cancel{n_1 \frac{1}{n_1}} - \ln n_1 + 1 + \cancel{(n-n_1)\frac{1}{n-n_1}} + \ln(n-n_1) - 1 = 0$$

$$\ln \frac{n-n_1}{n_1} = 0, \quad \frac{n-n_1}{n_1} = 1 \quad n_1 = \frac{n}{2}$$

$$W_1 = \frac{1}{n!} \quad W_2 = \frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!} \quad \ln W_1 = -n \ln n + n, \ \ln W_2 = -\frac{n}{2}\ln\frac{n}{2} + \frac{n}{2} - \frac{n}{2}\ln\frac{n}{2} + \frac{n}{2}$$

$$\ln \frac{W_1}{W_2} = -n \ln n + n \ln \frac{n}{2} = n \ln \frac{1}{2}, \quad S_1 - S_2 = R x \ln \frac{v_1}{v_1 + v_2} = R x \ln \frac{1}{2}$$

$$S_1 - S_2 = \frac{R x}{n} \ln \frac{W_1}{W_2} = \frac{R}{N} \ln \frac{W_1}{W_2} = k \ln \frac{W_1}{W_2}$$

$$\frac{d \ln \frac{n-n_1}{n_1}}{dn_1} = \frac{d[\ln(n-n_1) - \ln n_1]}{dn_1} = -\frac{1}{n-n_1} - \frac{1}{n_1}$$

$$\ln \frac{w_{\frac{n}{2}}}{w_0} = \ln \frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!} = n \ln n - n - n \ln \frac{n}{2} + n = n \ln 2 = \ln 2^n,$$

$$w_{\frac{n}{2}+\Delta n} = w_{\frac{n}{2}} + \Delta n \left(\frac{dw'}{dn_1}\right)_{n_1 = \frac{n}{2}} \quad \frac{w_{\frac{n}{2}+\Delta n} - w_{\frac{n}{2}}}{w_{\frac{n}{2}}} = \Delta n \left(\frac{d \ln w'}{dn_1}\right)_{n_1 = \frac{n}{2}}$$

$$w_{\frac{n}{2}+\Delta n} = w_{\frac{n}{2}} + \Delta n \left(\frac{dw_{n_1}}{dn_1}\right)_{n_1 = \frac{n}{2}} + \frac{1}{2}(\Delta n)^2 \left(\frac{d^2 w_{n_1}}{dn_1^2}\right)_{n_1 = \frac{n}{2}} +$$

$$= w_{\frac{n}{2}} + 0 + \frac{1}{2}(\Delta n)^2 w_{\frac{n}{2}} \left(\frac{d^2 \ln w_1}{dn_1^2}\right)_{n_1 = \frac{n}{2}} = w_{\frac{n}{2}} - 2(\Delta n)^2 w_{\frac{n}{2}} \frac{1}{n}$$

$$\frac{dw_{n_1}}{dn_1} = w_{n_1} \frac{d \ln w_1}{dn_1} = \frac{1}{Z} \frac{n!}{n_1!\,(n-n_1)!} \ln \frac{n-n_1}{n_1}, \quad \frac{d \ln \frac{n-n_1}{n_1}}{dn_1} = -\frac{1}{n-n_1} - \frac{1}{n_1} \quad \left(\frac{d \ln w_1}{dn_1}\right)_{n_1 = \frac{n}{2}} = -\frac{4}{n}$$

$$\left(\frac{d^2 w_{n_1}}{dn_1^2}\right)_{n_1 = \frac{n}{2}} = \left[w_{n_1} \frac{d^2 \ln w_1}{dn_1^2} + \cancel{\left(\frac{d \ln w_1}{dn_1}\right)^2}\right]_{n_1 = \frac{n}{2}}$$

$$\sum \Delta n^2 w_{\frac{n}{2}+\Delta n} = \frac{\sum \Delta n^2 \tau}{\tau_\infty} = \left[\sum \Delta n^2 \left(1 - 2 \cdot \Delta n^2 \frac{1}{n}\right)\right] w_{\frac{n}{2}} = \overline{\Delta n^2}$$

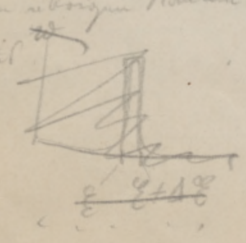
$$\overline{\Delta n^2} = \frac{2(1^2 \tau_{\frac{n}{2}\pm 1} + 2^2 \tau_{\frac{n}{2}\pm 2} + \dots)}{\tau_\infty} = \sum_{n=1}^{n=\frac{n}{2}} (\Delta n)^2 2 w_{\frac{n}{2}\pm\Delta n} = \sum$$

6. Stunde

Grundproblem: System von n Freiheitsgraden. Gegeben irgendein Anfangszustand $q_1^0 \dots p_n^0$. System bewegt sich nach kanonischen Gleichungen. Ist Verhalten das von d. Thermodyn. geforderte?

Unterscheiden wieder Mikrozustand, das durch Angabe $q_i p_i$, Makrozustand, der durch Druck, Dichte, Temp. Verfahren prinzipiell: Als Wahrscheinlichkeit W eines Zustandes definieren wir $\frac{t_i}{t_\infty}$. Aus Anfangsbedingungen u. Bewegungsgleichungen prinzipiell berechenbar W für jeden Mikrozustand, W für Makrozustand durch Summation der W der ihn repräsentierenden Mikrozustände. Ausrechnung von W-Mikrozust. zu schwer. Also unerlaubte Hypothese. Alle Mikro-W gleich nicht richtig, denn schon nach Zeit [illegible] Ergodenhypothese: Phasenpunkt durchläuft jeden Punkt der Energiefläche. Quasiergodenhypothese: kommt jedem beliebig nah. Unterschied physikalisch [illegible]. Um mit dieser Hypothese W-Mikro zu berechnen Kunstgriff. Betrachten Zeit, während der q, p zwischen q, p u. q+dq, p+dp liegen. Nehmen an, dass diese Zeit für sich [illegible] $d\tau = dq_1 \dots dp_n$ prop $d\tau$ ist. Dann definieren wir durch $W d\tau = \frac{t}{T}$ d. Wahrscheinl. W d. Zustandes. Der Kunstgriff besteht darin, dass wir unserem System eine Raumgesamtheit folgendermaßen zuordnen. Wir nehmen N Systeme von gleicher Konstitution u. fangen an das betrachtete und verteilen sie derart in dem Phasenraum, dass $\varepsilon = wN$ ist. Es lässt sich nun zeigen, dass diese Raumgesamtheit als Abbild d. Zeitgesamtheit stationär ist, ~~d.h.~~ dass sie also auch im Lauf d. Zeit Abbild bleibt, und auch, dass dies die einzige stationäre Raumgesamtheit ist, die man aus den so beschaffenen N Systemen bilden kann. Nun können wir aber mit Hilfe d. Liouvilleschen Satzes beweisen, dass beim Durchwandern die Dichte ε längs d. Phasenbahn konstant sein muss. Andererseits kommt aber die Phasenbahn nach der Ergodenhypothese jedem Punkt d. Energiefläche beliebig nah. Also muss ε_f längs der ganzen Energiefläche konstant sein. Damit ist auch $\varepsilon_1 = \frac{konst}{\frac{\partial E}{\partial N}}$ bestimmt und auch $w = \frac{\varepsilon_1}{N}$. Man geht nun so vor, dass man die N Systempunkte mit gleichförmiger Dichte über eine ∞ dünne Energieschale zwischen E und $E+\Delta E$ verteilt. Die Zahl dN der Punkte, die dann in $d\tau$ liegen, gibt dann $w = \frac{dN}{N} = \frac{\varepsilon_f d\tau}{N}$

d.h. also um W Mikro zu finden, geht man so vor: Ich bilde eine Raumgesamtheit, für die ε_f konstant ist in Energieschale zwischen E und $E+\Delta E$. Dann ist W einfach gleich $\frac{\varepsilon_f}{N}$ = konst im Raum zwischen E und $E+\Delta E$, im übrigen Raum gleich Null. Es ist also W als Funktion von E so:



Mikrokanonische Verteilung. Approximiert durch kanonische Verteilung $w = C e^{-\frac{E}{\Theta}}$

Wir betrachten ein System mit N Freiheitsgraden und definieren Wahrscheinlichkeit w eines Zustandes des Systems, d.h. dafür dass der Systempunkt in $d\tau = dq_1 \ldots dp_n$ liegt, durch die Gleichung $w\,d\tau = \frac{t}{T_\infty}$, d.h. $w\,d\tau$ ist der Bruchteil der sehr langen Beobachtungszeit, während dessen der Systempunkt in $d\tau$ liegt. Die Energie des Systems sei E_0.

7. Stunde

Mit Hilfe von Ergodenhypothese u. Liouvilleschem Satz haben wir gezeigt, dass $w = \frac{E_r}{N}$ ist, falls wir eine Raumgesamtheit mit einer derartigen Dichteverteilung E_r bilden, dass E_r im Raume zwischen den unendlich benachbarten Energieflächen E und $E+\Delta E$ konstant, sonst Null ist (mikrokanonische Gesamtheit). Wir setzen nun diese Dichteverteilung durch eine stetige ersetzt, die die Eigenschaft hat, dass die überwiegende Mehrzahl der N Systeme in unmittelbarer Nähe der Energieschale E liegt. Eine solche ist die von Gibbs gefundene kanonische Dichteverteilung, bei der $E_r \sim e^{-\frac{E}{\Theta}}$ gesetzt ist, so dass $w = C e^{-\frac{E}{\Theta}}$ und $w\,d\tau = C e^{-\frac{E}{\Theta}} d\tau$ wird. Θ ist eine Konstante, der sog. Modul der kanon. Verteilung, dessen physikal. Bedeutung wir gleich klarstellen werden.

Möchte nur vorher auf [illegible] hinweisen, was Schwierigkeiten macht [illegible]. Natürlich hängt Θ mit der Energie E_0 unserer Zeitgesamtheit zusammen, denn es müssen, wenn unsere Betrachtungen über die Eigenschaften der kanonischen Verteilungsfunktion richtig sind, die mittl. Energie $\bar{E} = \int E w\,d\tau$ über die ganze Phase von [illegible] nahezu gleich E_0 sein. Ebenso muss $\int w\,d\tau = 1$ sein, woraus sich die Konstante C bestimmt. Wenn man sich die Funktion $E \sim e^{-\frac{E}{\Theta}}$ ansieht, so hat diese durchaus nicht ein Maximum für $E = E_0$, sondern falls E stets positiv ist (was für L selbstverständlich, für U durch geeignete Wahl des Nullzustandes stets zu erreichen ist), so hat E seinen größten Wert an der Stelle $E = 0$ (wenn Θ stets pos.). Es könnte also scheinen, als ob die Mehrzahl der Systeme an der Stelle größter Dichte, d.h. $E = 0$ liegen müsste. Das ist natürlich nicht richtig, denn für die Zahl der Systeme zwischen den Energieflächen E und $E+dE$ kommt es nicht nur auf die Dichte in dieser Schale an, sondern auch auf ihr Volumen und es lässt sich zeigen, dass dieses rapid klein wird, wenn E unter E_0 sinkt. Beispiel: Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung

$$dn = C e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} c^2\,dc.$$

Um physikal. Bedeutung von Θ zu finden, müssten wir eigentlich zeigen, dass Θ die Eigenschaften der Temp. hat, dass z.B. bei Trennung in 2 Systeme jedes der beiden nach Trennung eine kanonische Gesamtheit mit Modul Θ darstellt, dass bei Vereinigung von zwei kan. Ges. mit gleichem Θ wieder eine mit demselben Θ entsteht, usw. Wir wollen so vorgehen, dass wir ein spezielles System, ein ideales Gas, betrachten und den Zusammenhang von Θ mit der mittl. kinetischen Energie des Systems aufsuchen. Da wir anderseits aus der Gastheorie wissen, wie diese und d. absolute Temp. T zusammenhängt, so werden wir auf diese Weise die Beziehung zwischen Θ und T erhalten.

Zu diesem Zwecke bilden wir zunächst die mittl. kinet. Energie $\bar{L}$ unserer kan. Ges. Es ist $\bar{L} = \int L w\,d\tau = C \int L e^{-\frac{E}{\Theta}} d\tau$. Andererseits ist

$$\int w\,d\tau = 1 = C \int e^{-\frac{E}{\Theta}} d\tau \quad \text{also} \quad \bar{L} = \frac{\int L e^{-\frac{E}{\Theta}} d\tau}{\int e^{-\frac{E}{\Theta}} d\tau} = \frac{\int L e^{-\frac{L+U}{\Theta}} dq_1 \ldots dq_n\,dp_1 \ldots dp_n}{\int e^{-\frac{L+U}{\Theta}} dq_1 \ldots dq_n\,dp_1 \ldots dp_n}$$

Z Gasatome $L = L_g + L'$

$$\bar{L}_g = \frac{\int L_g e^{-\frac{L_g}{\Theta}} dp_1 \ldots dp_{3z} \int e^{-\frac{L'+U}{\Theta}}}{\int e^{-\frac{L_g}{\Theta}} dp_1 \ldots dp_{3z} \int e^{-\frac{L'+U}{\Theta}}}$$

$$2L_g = \sum p_i \frac{\partial L}{\partial p_i}$$

$$2\bar{L}_g = \frac{\sum \int p_i \frac{\partial L_g}{\partial p_i} e^{-\frac{L_g}{\Theta}} dp_1 \ldots dp_{3z}}{\int e^{-\frac{L_g}{\Theta}} dp_1 \ldots dp_{3z}}$$

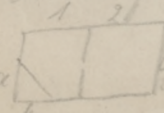
N. M.

1. Woche

Große Anzahl von Hoffnungen [illegible] Molekulartheorie. Danach bestehen alle Körper aus [illegible] Teilchen, die sich nach den Gesetzen d. Mechanik bewegen und aufeinander Kräfte ausüben. Wenn diese Theorie richtig ist, muß es möglich sein, die Gesetze d. Thermodynamik (die 3 Hauptsätze) aus ihr abzuleiten. Das könnte zunächst aussichtslos erscheinen, da man über die Konstitution d. Moleküle und die Gesetze d. Mol.kräfte noch sehr wenig weiß. Da aber die Gesetze d. Thermod. für ganz beliebige Körper u. Systeme gelten, so wird man vermuten, daß zur Ableitg. d. Hauptsätze auch gar keine speziellen Kenntnisse über d. Natur d. betrachteten Systeme nötig sind, sondern nur ganz allgemeine Annahmen über allen Systemen gemeinsame Eigenschaften. Wir werden im wesentlichen nur voraussetzen, daß die Bewegg. d. Moleküle den mechan. Gleichgn. gehorchen und ihre Zahl sehr groß ist, und daraus die H.S. abzuleiten versuchen. Beim 1. H.S. ist das sehr einfach, da er unter diesen Annahmen einfach ein Spezialfall des mechan. Energiesatzes, daß d. Summe von kinet. und potent. Energie konstant ist. Beim 2. Hauptsatz ist die Sache schon außerordentlich viel schwieriger und bisher noch nicht vollständig gelungen. Diese Aufgabe u. die bisher vorliegenden Versuche zu ihrer Lösg. bilden den wesentl. Inhalt d. statist. Mech. Der 3. H.S. [illegible] mit d. Quantenth. zusammenhängt, [illegible] der [illegible] ganz hoffnungslos, und eine Lösg. [illegible] Quantenprobleme …

Stat. Mech. gibt [illegible] über Thermod. hinaus [illegible] Zustandsgleichungen [illegible] wenn man außer allgemeinen [illegible] bestimmte Annahmen über die Konstitution d. Moleküle und d. Kraftgesetze zwischen ihnen [illegible], abzuleiten, welche beobachtbaren Eigenschaften [illegible] u. Gesetze aus diesen Annahmen folgen. Sie ermöglicht damit eine Prüfung dieser Annahmen an der Erfahrung und einen Schluß aus den beobachtbaren Eigenschaften auf solche d. Moleküle. Andererseits [illegible] Systemen aus wenigen Molekülen zu Gesetzen, die [illegible] – [illegible] in ihrer üblichen Formulierung – [illegible] – [illegible] bestätigt werden (Brownsche Bewegung).

Wir wollen uns zunächst einmal die Methode, nach der die stat. Mech. vorgeht, an einem ganz einfachen Beispiel klarmachen. Wir haben 1 Gasmolekül in [illegible]



$\lim \frac{t_1}{t_\infty} = \frac{t_2}{t_\infty} = \frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{a}{b}$ irrational

Nenne $w_1 = \frac{t_1}{t_\infty}$, $w_2 = \frac{t_2}{t_\infty}$ Wahrscheinlichkeiten d. Zustandes 1 resp. 2

2 Moleküle 4 Zustände

a	b
1,2	0
1	2
2	1
0	12

ebenfalls alle gleich wahrsch.

schwankt $\frac{t_1}{t_\infty} = \frac{t_2}{t_\infty} = \frac{t_3}{t_\infty} = \frac{t_0}{t_\infty} = \frac{1}{4}$. Nicht [illegible] Ursachen ein, daher
Anfangsb.
mit einer Gleichgewichtsverteilung (besondere Anfangsbedingungen ausgeschlossen).
Annehmen $11 \times 11 = 123$. Wir nehmen an, dass auch für n Moleküle
jeder Zustand gleich wahrscheinlich ist $\frac{t_1}{t_\infty} = \frac{t_2}{t_\infty} = \dots$
Dass dies aus den mechan. Gleichungen folgt, Behauptung. Wir sollen
dann das beobachtbare aus den thermodyn. Sätzen folgend
dass nach einiger Zeit Gas gleichmässig zwischen beiden Hälften
verteilt, in jeder $\frac{n}{2}$ Moleküle. Beobachtbar nur Gesamtheit:
Makrozustand. Individueller Zustand: Mikrozustand.
Beispiel: 4 Moleküle, [illegible] nicht unterscheidbar

Makrozustände 4,0 3,1 2,2

Mikrozustände	1,2,3,4	1,2,3	1,2,4	1 3 4	2 3 4	12	13	14	23	24	34
	0	4	3	2	1	34	24	23	14	13	12

Makrozustand 4,0: $w = \frac{1}{11}$ | 3,1: $w = \frac{4}{11}$ | 2,2 $w = \frac{6}{11}$

Gleichverteilung wahrscheinlichster Zustand, wird längste Zeit beobachtet.

Makrozustand
n Moleküle, n_1 in der einen Hälfte, $n - n_1$ in der anderen.
Wahrscheinlichkeit w' dieses Zustandes: Gesamtzahl d. Mikrozustände $\frac{1}{Z}$
Zahl der diesem Makrozustand entsprechenden Mikrozustände
gleich Zahl der verschiedenen Arten, wie sich n Moleküle in 2 Haufen n_1 und $n - n_1$ teilen
können, gleich Zahl d. Permutationen mit Wiederholung $\frac{n!}{n_1!\,(n-n_1)!}$

$w' = \frac{1}{Z} \frac{n!}{n_1!\,(n-n_1)!}$ Behauptung w' Max. für $n_1 = \frac{n}{2}$, d. h. $\frac{dw'}{dn_1} = 0$ für $n_1 = \frac{n}{2}$

Stirlingsche Formel (groß n): $n! = n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}$

$\ln n! = n \ln n - n + \frac{1}{2} \ln n + \frac{1}{2} \ln 2\pi$

$$\boxed{\frac{d\left[\ln(n-n_1) - \ln n_1\right]}{dn_1} = -\frac{1}{n-n_1} - \frac{1}{n_1} \text{ ist negativ, Max.}}$$

$\frac{d \ln w'}{dn_1} = \frac{1}{w'} \frac{dw'}{dn_1}$; $\frac{dw'}{dn_1} = w' \frac{d \ln w'}{dn_1}$

$\ln w' = \text{konst} - n_1 \ln n_1 + n_1 - (n-n_1) \ln(n-n_1) + (n-n_1)$

$\frac{d \ln w'}{dn_1} = -\cancel{n_1 \frac{1}{n_1}} - \ln n_1 \cancel{+1} + \cancel{(n-n_1)\frac{1}{n-n_1}} + \ln(n-n_1) \cancel{-1}$

$\frac{dw'}{dn_1} = w' \frac{d \ln w'}{dn_1} = \frac{1}{Z} \frac{n!}{n_1!\,(n-n_1)!} \ln \frac{n-n_1}{n_1} = 0$, $\ln \frac{n-n_1}{n_1} = 0$,

$\frac{n-n_1}{n_1} = 1$, $n_1 = \frac{n}{2}$. Dieser Makrozustand wird also die längste
Zeit von allen beobachtet, aber die anderen kommen nicht so [illegible] wie
[illegible] selten. $n_1 = 0$, $w_0 = \frac{1}{Z} \frac{n!}{n!} = \frac{1}{Z}$, $n_1 = \frac{n}{2}$, $w_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{Z} \frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!}$

$\frac{w_{\frac{n}{2}}}{w_0} = \frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!}$, $\ln \frac{w_{\frac{n}{2}}}{w_0} = n \ln n - n - 2\frac{n}{2} \ln \frac{n}{2} + 2\frac{n}{2}$

$= n \ln 2$, $\frac{w_{\frac{n}{2}}}{w_0} = 2^n$ für $n = 20$, $2^n > 10^6$

Δn quadratischer Mittelwert von $n_1 - n_2$: $\frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}$

$n = 10^{12}$ $\frac{\Delta n}{n} = 10^{-6}$, $1\,\text{cm}^3$ enthält 10^{12} Moleküle bei einem Druck
von $\frac{1}{40000}$ mm Hg

1)

$$dW = \mathcal{C}\, e^{-\frac{\mathcal{E}}{kT}}\, dq_1 \dots dp_{3N} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}$$

Idealer Gas: $\mathcal{E} = \frac{1}{2m}\left(p_1^2 + p_2^2 + \dots p_{3N}^2\right)$

$$1 = \mathcal{C}\int \dots \int e^{-\frac{\mathcal{E}}{kT}} dq_1 \dots dp_{3N} = \mathcal{C}\iiint dq_1\, dq_2\, dq_3 \iiint \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{p_1^2}{2mkT}} dp_1 \int_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{p_1^2}{2mkT}} dp_1 = \sqrt{2mkT}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{2\pi mkT}, \quad 1 = \mathcal{C}\cdot V^N (2\pi mkT)^{\frac{3N}{2}}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2}dx \cdot \int_0^{\infty} e^{-y^2}dy = \frac{1}{4}\int_0^{\infty} e^{-r^2} 2\pi r\, dr = \frac{\pi}{4}\int_0^{\infty} e^{-r^2} dr^2 = \frac{\pi}{4}\, e^{-r^2}\Big|_{\infty}^{0} = \frac{\pi}{4}, \quad \int_0^{\infty} e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$dW = \frac{e^{-\frac{\mathcal{E}}{kT}} dq_1 \dots dp_{3N}}{V^N (2\pi mkT)^{\frac{3N}{2}}}$$

Wahrscheinlichkeit, daß alle Atome in einer Hälfte:

$$\frac{W_{\frac{1}{2}V}}{W_V} = \frac{\int^{\frac{1}{2}V} dq_1 \dots dq_{3N}}{\int^{V} dq_1 \dots dq_{3N}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^N V^N}{V^N} = \left(\frac{1}{2}\right)^N = \frac{1}{2^N}$$

$2^N = \mathrm{N}\log 2^N = \mathrm{N}\, N\log 2 = \mathrm{N}\, N\cdot 0{,}30_1 \qquad N = 100: 2^N = 10^{30}, \quad N = 10: 2^N = 10^3$

1 Jahr $= 365\cdot 24\cdot 60\cdot 60$ sec $= 3{,}16\cdot 10^7$ sec d.h. einmal in $3\cdot 10^{22}$ Jahren ist der Zustand, daß alle Moleküle in einer Gefäßhälfte sind, während 1 sec realisiert.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{p_1^2}{2mkT}}\, e^{-\frac{p_2^2}{2mkT}} \dots \left(\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + \dots\right) dp_1\, dp_2 \dots dp_{3N}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{p_1^2}{2mkT}} \frac{p_1^2}{2m} dp_1 \cdot e^{-\frac{p_2^2}{2mkT}} dp_2 \dots + \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{p_1^2}{2mkT}} dp_1\, e^{-\frac{p_2^2}{2mkT}} \frac{p_2^2}{2m} dp_2 \dots + \int$$

$$= (2\pi mkT)^{\frac{3N-1}{2}} \cdot 3N \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} \frac{p^2}{2m} dp = (2\pi mkT)^{\frac{3N-1}{2}}\, 3N\, kT\sqrt{2mkT}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} x^2 dx \to \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

$$= (2\pi mkT)^{\frac{3N}{2}} \frac{3}{2} NkT, \quad E = \frac{\iint dq_1 \dots dq_{3N}}{V^N} \frac{\int \dots \int e^{-\frac{\mathcal{E}}{kT}} \mathcal{E}\, dp_1 \dots dp_{3N}}{(2\pi mkT)^{\frac{3N}{2}}} = \frac{3}{2} NkT$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} x^2 dx = \frac{1}{2}\int_{+\infty}^{-\infty} x\, de^{-x^2} = \frac{1}{2} x e^{-x^2}\Big|_{+\infty}^{-\infty} - \frac{1}{2}\int_{+\infty}^{-\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

2. Stunde

Wenn ich Kasten $\boxed{\ \mid\ }$ mit n Molekülen habe, so sagt Thermodynamik: von beliebigem Anfangszustand ausgehend, stellt sich Zustand größter Entropie her, aber bei langer Beobachtungszeit sind Zustände umso seltener je kleinere Entropie sie haben. Bei statistischer Behandlungsweise je kleinere Wahrscheinlichkeit sie haben. Zusammenhang zwischen Wahrscheinlichkeit und Entropie.

Entropiedifferenz: $R x \ln \frac{v}{\frac{v}{2}} = R x \ln 2$

Verhältnis der W: $W_{n_1=0} = \frac{1}{Z}$, $W_{n_1=\frac{n}{2}} = \frac{1}{Z}\,\frac{n!}{(\frac{n}{2}!)^2}$

$$\frac{W_{\frac{n}{2}}}{W_0} = \frac{n!}{(\frac{n}{2}!)^2}, \quad \ln\frac{W_{\frac{n}{2}}}{W_0} = n\ln n \cancel{-n} - 2\frac{n}{2}\ln\frac{n}{2} \cancel{+2\frac{n}{2}} = n\ln 2$$

$$S_1 - S_2 = R x \ln 2 = \frac{R x}{n}\ln\frac{W_1}{W_2} = k\ln\frac{W_1}{W_2}, \quad k = R\frac{x}{n} = \frac{R}{N}$$

Boltzmannsche Formel, hier für ganz speziellen Fall abgeleitet, gilt allgemein. S nur Differenz definiert, W nur Verhältnis

$$q_k \quad \dot q_k \quad p_k = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot q_k} \quad \frac{dq_k}{dt} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial p_k}, \quad \frac{dp_k}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial q_k}$$

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot x^2 + \dot y^2 + \dot z^2), \quad U = \Phi(x, y, z), \quad p_k = m\dot q_k$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_x} = \dot x, \ \ldots, \quad \frac{d\,m\dot x}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \ \ldots$$

Phasenraum, Phasenpunkt, Phasenbahn (eindeutig), Energiefläche.
Phasengesetz.

$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot x^2 + \dot y^2 + \dot z^2) =$ konst Kugel

3. Stunde

Wir betrachten sehr viele gleichbeschaffene Systeme, die sich nur durch $q_k p_k$ unterscheiden. Systempunkte [illegible] so verteilt, dass wir von Dichte reden können, d. h. die Zahl d. Systempunkte im Volumelement $\Delta\tau = \int dq_1 \ldots dp_n$ gleich $\varepsilon(q_1 \ldots p_n)\,\Delta\tau$ ist. Wir fragen: Wenn wir zu irgend einer Zeit eine bestimmte Dichteverteilung hergestellt haben, wie ändert sie sich mit der Zeit durch die Bewegung d. Systempunkte. Betrachten die Teilchen, die zur Zeit t_1 ein Volumelement $\Delta\tau_1$ ausfüllen, deren Zahl also $\varepsilon_1 \Delta\tau_1$ ist. Dieselben Teilchen werden, da die Geschw. eine stetige Funktion d. p_k, q_k ist, zur Zeit t_2 ebenfalls [illegible] und ein Volumelement $\Delta\tau_2$ an einer andern Stelle ausfüllen. Ihre Zahl ist $\varepsilon_2 \Delta\tau_2 = \varepsilon_1 \Delta\tau_1$. Kontinuitätsgleichung d. Hydrodynamik [illegible]. Wir wollen nun beweisen, dass $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2$, also $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ ist. Dazu brauchen wir $\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}$ an einer bestimmten Stelle d. h. bei festgehaltenen $q_k p_k$. Wir betrachten ein Volumelement $d\tau = dq_1 \ldots dp_n$. Die Zunahme der Zahl d. Punkte in dt pro Zeit ist $\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right) d\tau$. Andererseits ist sie gleich dem Überschuss der eintretenden über die austretenden Punkte. Wir betrachten 2 gegenüberliegende Seiten von $d\tau$, z. B. diejenigen, die auf dq_1 senkrecht stehen und den Flächeninhalt $dq_2 \ldots dp_n = \frac{d\tau}{dq_1}$ haben. Die Zahl der durch die in der $(2n-1)$ dimensionalen Ebene $q_1 = q_1^0$ gelegenen Seitenfläche einströmenden Punkte pro Zeit gleich $\varepsilon \dot q_1 \frac{d\tau}{dq_1}$, was gleich der in dem schiefen Zylinder, der $\frac{d\tau}{dq_1}$ zur Grundfläche und die Geschwindigkeit als Erzeugende der Mantelfläche hat, enthaltenen Zahl. Dies ist aber gleich Dichte × Volumen des Zylinders und das letztere gleich Grundfläche mal Höhe d. h. $\frac{d\tau}{dq_1}\dot q_1$ ist, gleich $\varepsilon \dot q_1 \frac{d\tau}{dq_1}$. Durch die gegenüberliegende Seitenfläche strömen [illegible] $(\varepsilon \dot q_1)_{q_1+dq_1}\frac{d\tau}{dq_1} = \left[\varepsilon\dot q_1 + dq_1 \frac{\partial(\varepsilon\dot q_1)}{\partial q_1}\right]\frac{d\tau}{dq_1}$ heraus. Im ganzen ist also der Überschuss $-dq_1 \frac{\partial(\varepsilon\dot q_1)}{\partial q_1}\frac{d\tau}{dq_1} = -\frac{\partial(\varepsilon\dot q_1)}{\partial q_1}\,d\tau$ [illegible]. Das Gleiche gilt für alle übrigen Paare von Seitenflächen [illegible] ergibt sich:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\,d\tau = d\tau\sum_k\left(-\frac{\partial(\varepsilon\dot q_k)}{\partial q_k} - \frac{\partial(\varepsilon\dot p_k)}{\partial p_k}\right),\quad \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \sum\frac{\partial(\varepsilon\dot q_k)}{\partial q_k} + \frac{\partial(\varepsilon\dot p_k)}{\partial p_k} = 0$$

analog d. hydrodyn. Kontinuitätsgleichung in [illegible] Form ([illegible]) [illegible]:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial q_1}\frac{dq_1}{dt} + \ldots \frac{\partial\varepsilon}{\partial p_n}\frac{dp_n}{dt} + \varepsilon\left(\frac{\partial\dot q_1}{\partial q_1} + \ldots \frac{\partial\dot p_n}{\partial p_n}\right) = 0$$

$(\ ) = 0$ denn $\dot q_k = \frac{\partial E}{\partial p_k}$, $\dot p_k = -\frac{\partial E}{\partial q_k}$, also $\frac{\partial\dot q_k}{\partial q_k} + \frac{\partial\dot p_k}{\partial p_k} = \frac{\partial^2 E}{\partial q_k \partial p_k} - \frac{\partial^2 E}{\partial p_k \partial q_k} = 0$

Also $\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial q_1}\dot q_1 + \ldots \frac{\partial\varepsilon}{\partial p_n}\dot p_n = \frac{d\varepsilon}{dt} = 0$, $\frac{d\varepsilon}{dt}$ totaler oder [illegible] Differentialquotient [illegible] Änderung von ε [illegible], wenn man sich mit [illegible] Punkte mitbewegt. Zur Zeit t sind wir bei $q_1 \ldots p_n$, zur Zeit $t+dt$ am Ort $q_1+dq_1, \ldots p_n+dp_n$, wo dieses $\varepsilon_{q,p} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial q_1}dq_1 + \ldots \frac{\partial\varepsilon}{\partial p_n}dp_n$ zur Zeit $t+dt$ herrscht. Also $d\varepsilon = \frac{\partial\varepsilon}{\partial t}dt + \frac{\partial\varepsilon}{\partial q_1}\frac{dq_1}{dt} + \ldots \frac{\partial\varepsilon}{\partial p_n}\frac{dp_n}{dt}$. Wenn wir uns also mit Systempunkten mitbewegen, so bleibt ε ungeändert, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, also $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2$. Größe von $\Delta\tau$ bleibt erhalten, Gestalt nicht!

$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial q_1}\dot q_1 + \ldots \frac{\partial\varepsilon}{\partial p_n}\dot p_n = 0$ bedeutet nicht $\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right)_{p,q} = 0$

$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = 0$ stationär, [illegible] Bedingung, nämlich dass ε [illegible] Phasenbahn [illegible] konstant. Denn [illegible] Punkte von 1 [illegible] (wir [illegible]) und [illegible] Dichte [illegible] und $\frac{\partial\varepsilon}{\partial q_1}\frac{dq_1}{dt} + \ldots \frac{\partial\varepsilon}{\partial p_n}\frac{dp_n}{dt} = 0$

$$dW = \frac{1}{\omega(E)}\,\omega_1(E-\varepsilon_2)\,dz_1 \dots dz_e = P\,d\tau_2$$

$$\omega_1(E-\varepsilon_2) = \omega_1(E) - \varepsilon_2 \frac{\partial \omega_1(E)}{\partial \varepsilon} = \omega_1(E) - \omega_1'(E)\cdot\varepsilon_2$$

$$P = \frac{\omega_1(E)}{\omega(E)}\left\{1 - \frac{\omega_1'(E)}{\omega_1(E)}\varepsilon_2\right\} \cong$$

$$w = \frac{1}{\int \frac{d\sigma}{|\nabla\varepsilon|}}\,\frac{1}{|\nabla\varepsilon|} = \frac{1}{\omega}\,\frac{1}{|\nabla\varepsilon|}\;,\quad \omega = \int\frac{d\sigma}{|\nabla\varepsilon|} = \frac{dV}{d\varepsilon}$$

$$\overline{x_1\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1}} = \frac{1}{\omega}\int\frac{x_1\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1}}{|\nabla\varepsilon|}\,d\sigma = \frac{1}{\omega}\int\frac{x_1\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1}}{|\nabla\varepsilon|}\,dx_1 \cdot dx_2 \dots dx_n$$

$$|\nabla\varepsilon|\cos(x_1,\nu) = \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1}$$