G55.3 K 14

V.A. Kalichevsky 1938

G65 E 4 1/2

p. 616

c. Ellis, Hydrogenation

1930

L. Glock, Kaitschuk, Mar., 1926

p. 63

Friedrich, V. Ing. 65, 1171 (1921)
Eichwald, Z. Ang. 35, 505 (1922)
Vogel, " " , 561, "
Duffing, " " , 605, "

FORREST L. McABEE

MANAGER

FACULTY CLUB
UNIVERSITY OF CALIFORNIA

PHONE
ASHBERRY 5678

Vet $250
Landtag $200
Oberrat $150
Etat = $2000

C in P 3

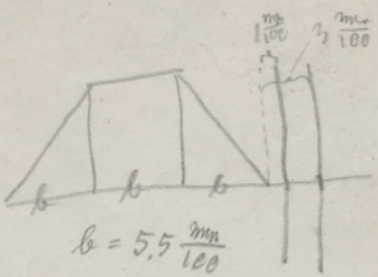
GOL

$$\bar{J} = 4.50 \times 10^{-3} s_\alpha^2 (1 - 0.280_4 s_\alpha + 0.0467 s_\alpha^2)$$

$s_\alpha = \frac{1}{2}$ mm/100 $\quad \bar{J} = 0.98 \times 10^{-3}$

$s_\alpha = 1$ " $\quad \bar{J} = 3.54 \times 10^{-3}$

$s_\alpha = 1\frac{1}{2}$ " $\quad \bar{J} = 6.93 \times 10^{-3}$



1) Manuskriptbuch, enthaltend kleine Texte
einmal konzipiert und zur endgültigen Fassung
2) Notizen für Lesungen und Vorträge
(polnische Synagoge), Rundfunkmanuskript
für Klassik-Musikwelt
3) Notizbücher

UNIVERSITY OF CALIFORNIA
DEPARTMENT OF PHYSICS
BERKELEY

Sept. 5, 1941

Dear Dr. Stern

As might be expected, I calculated the p.e. in $\mu_1 N_0$ from the p.e.'s of μ_1 and N_0, instead of going back to the fundamental constants

where $\mu_1 N_0 = \frac{1}{4\pi}\left\{\frac{2\pi^2 c^3 \bar{F}^{\nu}(e/m)^2}{R_\infty N_0^2}\right\}^{1/3}$

and this gives ± 1.6

$\therefore \mu_1 N_0 = \sqrt{5}\,\&\,\sqrt{5}.2_4 \pm 1.6$ erg. gauss^{-1} mole^{-1}

Yours sincerely

R. T. Birge

$$\mu_1 = (0.9273_{4\nu} \pm 0.0003_7) \times 10^{-20} \text{ erg. gauss}^{-1}$$

$$\mu_1 N_0 = \nu\text{-}\nu\ 8\nu\ 2_4 \pm 2.\nu\text{-} \text{ erg. gauss}^{-1}\text{ mole}^{-1}$$

ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG
DER
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

VON

KARL SCHEEL

Sonderabdruck 85. Band. 1. und 2. Heft

R. Frisch und O. Stern

Über die magnetische Ablenkung von Wasserstoffmolekülen und das magnetische Moment des Protons. I.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1933

Die

Zeitschrift für Physik

erscheint zwanglos in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung sowie durch die Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24, zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstande der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Die Verfasser erhalten von Arbeiten bis zu $1^1/_2$ Druckbogen Umfang 100 Sonderabdrucke, von größeren Arbeiten 50 Sonderabdrucke kostenfrei.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche **Textänderungen** werden, soweit sie 10% der Satzkosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Manuskriptsendungen sind zu richten an Herrn **Geh. Reg.-Rat Professor Dr. Karl Scheel, Berlin-Dahlem, Werderstr. 28.**

85. Band **Inhalt** **1. und 2. Heft**

Seite

V. v. Keussler, Über das Spektrum des doppelt ionisierten Neons im extremen Ultraviolett. (Eingegangen am 11. Juli 1933) 1

R. Frisch und **O. Stern,** Über die magnetische Ablenkung von Wasserstoffmolekülen und das magnetische Moment des Protons. I. (Untersuchungen zur Molekularstrahlmethode aus dem Institut für physikalische Chemie der Hamburgischen Universität. Nr. 24.) Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 27. Mai 1933) 4

I. Estermann und **O. Stern,** Über die magnetische Ablenkung von Wasserstoffmolekülen und das magnetische Moment des Protons. II. (Untersuchungen zur Molekularstrahlmethode aus dem Institut für physikalische Chemie der Hamburgischen Universität. Nr. 27.) Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 12. Juli 1933) 17

G. C. Wick, Über das magnetische Moment eines rotierenden Wasserstoffmoleküls. (Eingegangen am 27. Mai 1933) 25

Fritz Weischedel, Zur Diffusion von Metallen in Quecksilber. Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 10. Juli 1933) 29

E. Schmid und **G. Siebel,** Über die Mischkristallbildung bei ein- und vielkristallinem Material. Mit 14 Abbildungen. (Eingegangen am 12. Juni 1933) 36

Erich Mollwo, Über die Farbzentren der Alkalihalogenidkristalle. Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 1. Juli 1933) 56

Artur Klimmeck, Die Größenbestimmung von Ultramikronen mit dem Interferenzmikroskop. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 6. Juli 1933) . . 68

Bengt Edlén, Wellenlängen der Vakuumfunkenspektren von Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff im extremen Ultraviolett. Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 1. Juni 1933) 85

Cornel Lanczos, Zur Hamiltonschen Dynamik des Funktionenraumes. (Eingegangen am 10. Juli 1933) 107

P. Görlich, Bemerkung zu J. H. de Boer und M. C. Teves: Thermische und photoelektrische Emission von Cäsium-Cäsiumoxyd-Kathoden und deren Beeinflussung durch Einbau von Cäsiumatomen in das Dielektrikum. Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 23. Juli 1933) 128

G. Mönch und **R. Stühler,** Bemerkung zu der Arbeit von R. Deaglio: „Photoelektrischer Effekt bei Monokristallen von Cuprit". Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 10. Juli 1933) 131

(Untersuchungen zur Molekularstrahlmethode aus dem Institut für physikalische Chemie der Hamburgischen Universität. Nr. 24.)

Über die magnetische Ablenkung von Wasserstoffmolekülen und das magnetische Moment des Protons. I.

Von **R. Frisch** und **O. Stern** in Hamburg.

Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 27. Mai 1933.)

Strahlen aus Wasserstoffmolekülen wurden nach der Methode von Gerlach und Stern magnetisch abgelenkt und so ihr magnetisches Moment bestimmt. Die Messungen an Parawasserstoff ergaben das von der Rotation des Moleküls herrührende magnetische Moment zu etwa 1 Kernmagneton ($^1/_{1840}$ Bohrmagneton) pro Rotationsquant. Die Messungen an Orthowasserstoff ergaben das magnetische Moment des Protons zu 2 bis 3 Kernmagnetonen (nicht 1 Kernmagneton, wie bisher vermutet wurde).

In den bisherigen Arbeiten des hiesigen Instituts ist seit jeher[1]) betont worden, daß die Molekularstrahlmethode die Möglichkeit gibt, sehr kleine Momente zu messen, die anderen Methoden nicht zugänglich sind. Den ersten Versuch in dieser Richtung stellt die Arbeit von Knauer und Stern[2]) dar, in der das magnetische Moment des H_2O-Moleküls in der erwarteten Größenordnung ($\sim^1/_{1000}$ Bohrmagneton) nachgewiesen wurde. Während aber damals selbst die Messung der Größenordnung nur durch einen besonderen Kunstgriff (Intensitätsmultiplikator) möglich war, gibt die inzwischen erfolgte Entwicklung der Molekularstrahlmethode, insbesondere der Methoden zur Intensitätsmessung[3]), die Möglichkeit einer quantitativen Messung solch kleiner Momente.

Gerade die Untersuchung des H_2 war schon lange beabsichtigt und zwar aus folgenden Gründen. Erstens sollte die Messung bei H_2 *experimentell* besonders gut durchführbar sein: Denn man kann bei Wasserstoff Strahlen von sehr tiefer Temperatur verwenden und damit besonders große Ablenkung erreichen, da die Ablenkung ceteris paribus der absoluten Temperatur umgekehrt proportional ist; außerdem war gerade bei Wasserstoff eine empfindliche und quantitative Meßmethode für die Intensität des Strahles im hiesigen Institut gut durchgearbeitet und vielfach erprobt. Zweitens sind aber die Versuche bei Wasserstoff auch vom *theoretischen*

[1]) Bereits U. z. M. Nr. 1; O. Stern, ZS. f. Phys. **39**, 751, 1926.
[2]) U. z. M. Nr. 3; F. Knauer u. O. Stern, ZS. f. Phys. **39**, 780, 1926.
[3]) U. z. M. Nr. 10; F. Knauer u. O. Stern, ZS. f. Phys. **53**, 766, 1929; U. z. M. Nr. 14; J. B. Taylor, ebenda **57**, 242, 1929.

Standpunkt besonders interessant, namentlich seit der Entdeckung des Ortho- und Parawasserstoffs. Vor allem bietet sich die Möglichkeit einer Messung des magnetischen Moments des Protons, einer Größe, die experimentell bisher nicht zugänglich war, dabei aber ihrer Art nach, als eine Eigenschaft der positiven Elementarladung, besonderes Interesse beansprucht.

Das mechanische Moment des Protons ist mit großer Sicherheit bekannt; es ist gleich dem des Elektrons $= \frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$. Das magnetische Moment des Elektrons ist $2\frac{e}{2mc}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2\pi}$ (ein Bohrmagneton $= 0{,}9\cdot 10^{-20}$ CGS für ein Elektron bzw. 5600 CGS pro Mol); nimmt man an, daß für das magnetische Moment des Protons dieselbe Formel gilt (eine Annahme, die durch die Diracsche Theorie des Elektrons nahegelegt wird), so würde dieses im Verhältnis der Massen, also 1840mal kleiner sein ($0{,}5\cdot 10^{-23}$ CGS für ein Proton bzw. 3 CGS pro Mol). Wir wollen diese Größe im folgenden wie bisher (U. z. M. Nr. 1, l. c.) als *ein Kernmagneton* bezeichnen.

Der unmittelbare Zweck der vorliegenden Arbeit war also die Untersuchung des Wasserstoffs mit dem Ziele einer Bestimmung des Protonenmoments. Darüber hinaus aber sollte ganz allgemein eine Apparatur zur Messung von magnetischen Momenten von der Größenordnung Kernmagneton entwickelt werden. In erster Linie sind Messungen von magnetischen Kernmomenten für Fragen der Kernstruktur von Wichtigkeit und könnten die Bestimmungen aus der Hyperfeinstruktur der Spektrallinien kontrollieren und ergänzen. Außerdem gibt es noch andere Fälle, wo Momente dieser Größenordnung auftreten, z. B. bei der Rotation von Molekülen, diamagnetische Momente usw.

Experimentelle Anordnung. Die experimentelle Anordnung war die übliche bei der magnetischen Ablenkung von Molekularstrahlen, nur mußte infolge des kleinen magnetischen Moments der Strahl sehr lang und schmal gemacht werden, und die Inhomogenität recht groß, also auch die Höhe des Strahles sehr klein, um gut meßbare Ablenkungen zu erhalten. Fig. 1 gibt einen schematischen Überblick über die Anordnung. Die Gesamtlänge des Strahles betrug etwa 30 cm, und zwar die Entfernung vom Ofenspalt zum Abbildespalt knapp 15 cm, die Länge des Feldes 10 cm und der Abstand des Auffängerspaltes vom Feldende 5 cm. Die Polschuhe zur Erzeugung des inhomogenen Feldes hatten die übliche Schneide-Furcheform; die Breite der Furche war 1 mm, der Abstand der Schneide von der Furchenebene 0,5 mm. Sie erzeugten eine Inhomogenität $\partial H/\partial s$ von etwa $2{,}2\cdot 10^5$ Gauß pro Zentimeter.

Aus diesen Daten berechnet sich die Ablenkung nach der Formel:

$$s_\alpha = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{M}}{M} \frac{\partial H}{\partial s} \frac{l^2}{\alpha^2} = \frac{\mathcal{M}}{4RT} \frac{\partial H}{\partial s} l^2 \begin{pmatrix} \mathcal{M} = 3\,CGS \\ R = 8{,}3 \cdot 10^{-7} \\ l^2 = 200 \end{pmatrix}.$$

Bei einer Strahltemperatur von 90° abs. beträgt für Moleküle mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit α die Ablenkung 0,044 mm für ein Kernmagneton. Es wurden Strahlen verschiedener Breite verwendet, bis herab zu etwa 0,03 mm. Da die Strahlen nicht monochromatisiert waren, sondern Maxwellverteilung hatten, und das Aufspaltungsbild ziemlich

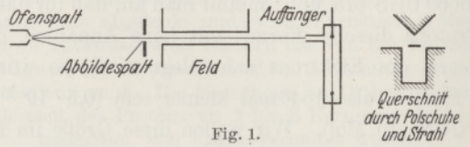


Fig. 1.

kompliziert ist, bekommt man keine wirkliche Aufspaltung in die einzelnen Komponenten, sondern das gesuchte magnetische Moment muß aus der Intensitätsverteilung der abgelenkten Moleküle erschlossen werden.

Infolge der großen Länge und geringen Höhe des Strahles war seine Intensität außerordentlich klein; in einem Auffänger mit idealem Spalt würde der durch den Strahl erzeugte Druck nur etwa $2 \cdot 10^{-8}$ mm betragen, entsprechend einem Galvanometerausschlag von 1,6 cm. Wir mußten daher den üblichen Kunstgriff anwenden, den Spalt kanalförmig zu gestalten, und mußten dabei das Verhältnis Kanallänge zu Kanalbreite besonders groß machen; der Faktor $\varkappa$, um den der Druck durch diese Maßnahme vergrößert wird, betrug in unserem Falle etwa 50, der Ausschlag also etwa 80 cm, was genügende Intensität auch für die abgelenkten Moleküle ergibt. Dieser hohe $\varkappa$-Faktor in Verbindung mit der kleinen Spaltöffnung hat aber zur Folge, daß es sehr lange dauert, bis der Enddruck im Manometer praktisch erreicht wird; diese Zeit hätte bei den üblichen Manometern mit etwa 20 cm³ Volumen etwa $^1/_2$ Stunde betragen. Wir mußten deshalb Manometer mit sehr viel kleinerem Volumen konstruieren. Die von uns angewandten Manometer hatten nur etwa $^1/_2$ cm³ Volumen, wodurch die Einstellzeit auf den 40. Teil, also auf $^3/_4$ Minute heruntergedrückt wurde.

Experimentelle Einzelheiten (siehe Fig. 2 und 3). Der „Ofen" bestand aus einem Kupferrohr, an dessen vorderem Ende der Ofenspalt saß, aus dem die H_2-Moleküle in das Vakuum eintraten, der also die Strahlenquelle

darstellt. Die H_2-Zufuhr erfolgte vom anderen Ende aus durch ein dünnwandiges Neusilberrohr (zur thermischen Isolierung des Ofens), das an

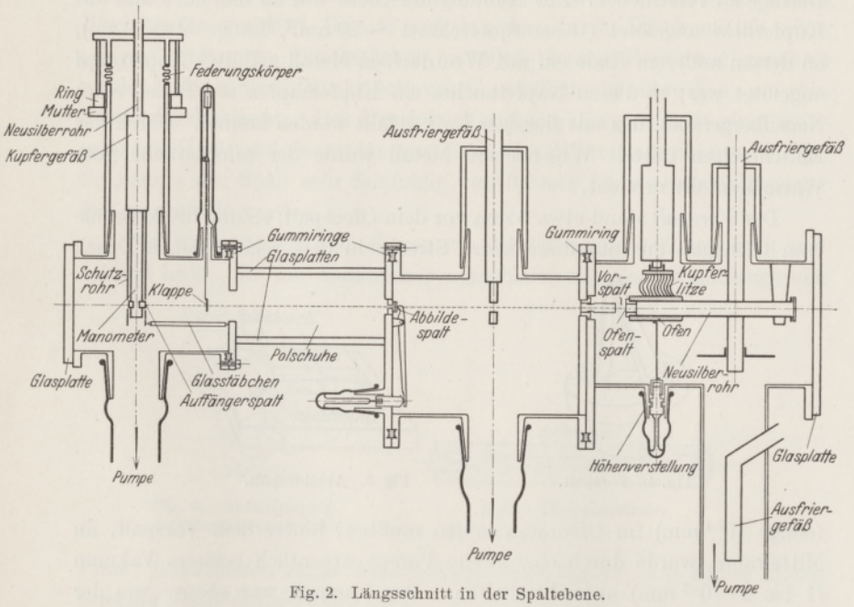


Fig. 2. Längsschnitt in der Spaltebene.

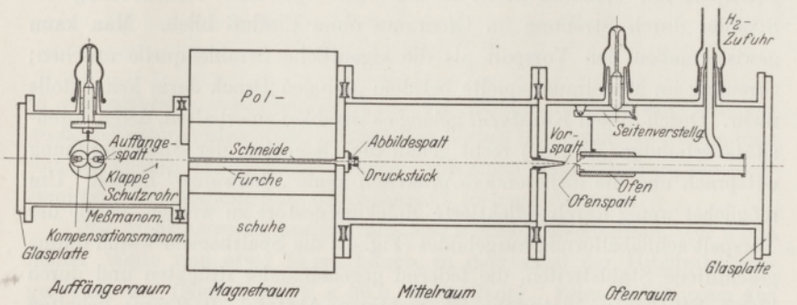


Fig. 3. Längsschnitt senkrecht zur Spaltebene.

einem Ende am Apparatgehäuse festgeklemmt war. Eine seitliche Abzweigung aus biegsamem Bleirohr diente zur Verbindung mit dem H_2-Vorratsgefäß; auf das rückwärtige Ende des Neusilberrohres war ein Glasfenster aufgekittet, um den Ofenspalt von hinten beleuchten zu können.

Die Elastizität des Neusilberrohres gestattete es, den Ofen mittels zweier Mikrometerschrauben sowohl in der Höhe als auch seitwärts um kleine Beträge zu verschieben. Zur Kühlung des Ofens war an ihm ein Band aus Kupferlitze angelötet (Gesamtquerschnitt $\sim 20\,\text{mm}^2$, Länge etwa 2 cm), an dessen anderem Ende ein mit Woodschem Metall gefüllter Kupfernapf angelötet war; in diesen Napf tauchte ein Kupferzapfen am Boden eines Neusilbergefäßes, das mit flüssiger Luft gefüllt werden konnte. Durch das Einschmelzen mittels Woodschem Metall wurde der erforderliche gute Wärmekontakt erreicht.

Der *Vorspalt* stand etwa 6 mm vor dem Ofenspalt, so daß die Moleküle vom Ofenspalt aus nur diese kurze Strecke in dem relativ hohen Druck

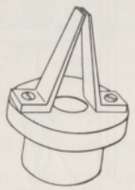


Fig. 4. Vorspalt.

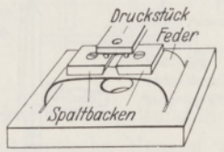


Fig. 5. Abbildespalt.

(einige 10^{-4} mm) im Ofenraum laufen mußten; hinter dem Vorspalt, im Mittelraum, wurde durch eine zweite Pumpe wesentlich besseres Vakuum (1 bis $2 \cdot 10^{-5}$ mm) aufrechterhalten. Der Vorspalt war ebenso wie der Ofenspalt nur 0,02 mm breit, so daß eine eventuelle Verbreiterung des Strahles durch Streuung im Ofenraum ohne Einfluß blieb. Man kann gewissermaßen den Vorspalt als die eigentliche Strahlenquelle ansehen; Streuung im Mittelraum spielte bei dem geringen Druck darin keine Rolle mehr. Durch diesen Kunstgriff gelang es Strahlen zu erhalten, deren Intensitätsverteilung („Form") recht genau der Geometrie der Spaltanordnung entsprach und die insbesondere praktisch keine „Schwänze" hatten. Um möglichst wenig durch reflektierte Moleküle gestört zu werden, wurde der Vorspalt schnabelförmig ausgebildet (Fig. 4); die Spaltbacken waren dünne geschliffene Stahlstreifen, die federnd gegeneinander drückten und durch kleine Stückchen Platinfolie im richtigen Abstand (0,02 mm) gehalten wurden; seitlich wurden sie mit Aluminiumfolie abgeschlossen (mittels Picein). Der Vorspalt wurde an der richtigen Stelle festgeschraubt (siehe unter Justierung) und konnte während des Versuchs nicht verschoben werden.

Der *Abbildespalt* war so eingerichtet, daß man seine Breite während des Versuchs verändern konnte; das erleichterte einmal das Auffinden

des Strahles, zweitens erwies es sich als sehr vorteilhaft, daß man Aufspaltungsversuche mit verschieden breiten Strahlen ohne großen Zeitverlust vornehmen konnte. Die beiden Spaltbacken waren auf einem federnden Blechstreifen montiert (Fig. 5) und konnten durch Druck mittels eines geeignet geformten Druckstückes einander bis zur Berührung genähert werden; Feder und Druckstück waren natürlich durchbrochen, um den Strahl durchzulassen. Das Druckstück saß am kürzeren Ende eines zweiarmigen Hebels, auf dessen längeres Ende eine Mikrometerschraube wirkte. So konnte der Spalt sehr feinfühlig von 0,2 mm bis zu beliebig geringer Breite verstellt werden.

Der *Auffangespalt* war ebenso wie der Ofenspalt 0,02 mm breit und 0,5 mm hoch. Er war kanalförmig ausgebildet mit einer Kanallänge von

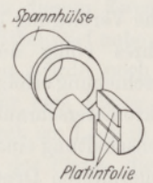


Fig. 6. Auffangespalt, auseinandergenommen.

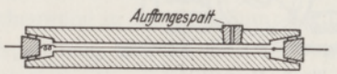


Fig. 7. Meßmanometer.

4 mm; Einzelheiten seiner Konstruktion siehe Fig. 6. Aus diesen Daten berechnet sich der $\varkappa$-Faktor zu[1])

$$\varkappa = \frac{l}{b} \cdot \frac{1}{0{,}5 + 2{,}3 \log \frac{2a}{b}} = \sim 45$$

(b = Spaltbreite, a = Spalthöhe, l = Kanallänge). Dieser ungewöhnlich große $\varkappa$-Faktor (bisher wurde er selten größer als 10 gewählt) in Verbindung mit der kleinen Spaltöffnung bedingte, wie schon oben dargelegt, die Konstruktion von Manometern mit besonders kleinem Volumen.

Das *Meßmanometer* bestand aus einem Stück Messingrohr von 2 mm lichter Weite und etwa 11 cm Länge, in dem axial der Hitzdraht ausgespannt war (Nickelband $3 \times 50\,\mu$, 10 cm lang). Seine Zuleitungen aus Platindraht (eine davon als Spiralfeder ausgebildet, um ihn zu spannen) waren durch konische Messingstopfen durchgelötet, die in die konisch erweiterten Enden des Messingrohres eingesetzt waren, isoliert durch dünne Galalithringe. Der Auffängerspalt war in eine seitliche Bohrung eingesetzt. Das übliche, ganz gleich gebaute Kompensationsmanometer war mit dem

[1]) Berechnet nach M. v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **33**, 1559, 1910.

Meßmanometer der Länge nach verlötet, um besten Temperaturausgleich zu erzielen. Die Manometer waren an dem Boden eines kupfernen Kühlgefäßes angeschraubt, das oben einen langen Hals aus Neusilberrohr hatte und für die Messung mit flüssiger Luft gefüllt wurde. Ein kupfernes Schutzrohr, das ebenfalls am Boden des Kühlgefäßes angeschraubt war, schützte die Manometer vor Wärmezustrahlung; ein kleines Loch ließ den Molekularstrahl zum Auffangespalt durchtreten.

Um die Intensitätsverteilung im Strahl ausmessen zu können, mußte der Auffänger quer durch den Strahl durchbewegt werden; doch betrug die ganze erforderliche Verschiebung nur einige Zehntel Millimeter, so daß eine geringe elastische Verbiegung des Neusilberrohres völlig ausreichte. Die Verschiebung erfolgte durch eine Mikrometerschraube, unter Zwischenschaltung eines beiderseits zugespitzten Druckstiftes, zur Vermeidung von Reibung und Wärmezufuhr. Um ein Ausweichen der Manometer in der zur Verschiebung senkrechten Richtung (in Richtung des Strahles) zu verhindern, waren sie in dieser Richtung durch ein beiderseits zugespitztes Glasstäbchen abgestützt.

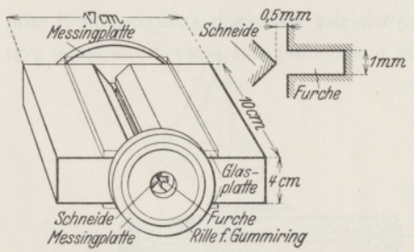


Fig. 8. Magnetfeld.

Um die bei Kühlung erfolgende Längenänderung des Kühlgefäßes und der Manometer selbst (etwa 1 mm) zu kompensieren, konnten die Manometer der Höhe nach verschoben werden; zu diesem Zweck war in dem das Kühlgefäß tragenden äußeren Messingrohr ein Federungskörper aus gewelltem Tombakrohr eingeschaltet; der obere Teil des Rohres war durch vier Stäbe mit einem Ring verbunden, der auf dem unteren Teil verschiebbar war; der Ring saß auf einer großen Mutter auf und konnte durch Drehen derselben in der Höhe verschoben werden.

Das *inhomogene Magnetfeld* wurde von zwei Polschuhen gebildet, deren Form und Dimensionen aus Fig. 8 hervorgehen. Sie waren an den Stirnseiten mit Messingplatten verschraubt, an die wiederum die anschließenden Gehäuseteile angeschraubt wurden; oben und unten waren sie mit Glasplatten abgedeckt, die mit Picein angekittet waren; ebenso waren alle anderen Fugen mit Picein überschmolzen. Mit dieser einfachen Konstruktion wurde eine völlig ausreichende Abdichtung erreicht, mit dem

weiteren Vorteil, daß man durch die Glasplatten die Polschuhe der ganzen Länge nach überblicken konnte.

Die übrigen *Gehäuseteile* (vgl. Fig. 2 und 3), nämlich Ofenraum, Mittelraum und Auffängerraum, waren durch Flansche mit Gummiringdichtung miteinander bzw. mit dem Magnetraum verbunden. Der *Ofenraum* enthielt den oben beschriebenen Ofen mit Kühl- und Verschiebeeinrichtung sowie ein Kühlgefäß zum Ausfrieren von Dämpfen; er wurde durch eine große (dreistufige) Stahlpumpe ausgepumpt (Sauggeschwindigkeit mit Verbindungsrohr 10 Liter/sec für Luft, also etwa 36 Liter/sec für H_2). Der *Mittelraum* war so eingerichtet, daß man für Versuche mit „monochromatischen" Strahlen ein System von rasch rotierenden Zahnscheiben einbauen konnte, das nur Moleküle eines engen Geschwindigkeitsbereiches passieren läßt. Zu diesem Zweck war er ziemlich geräumig (9 cm Durchmesser) und der Strahl lief nahe an der Wand (1 cm Abstand). Bei den vorliegenden Versuchen wurde noch ohne „Monochromator" gearbeitet; statt seiner wurde nur eine Platte eingesetzt, die den Vorspalt trug. Der Vorspalt ragte durch ein Loch in der Zwischenwand in den Ofenraum; der Luftspalt zwischen der Platte, die den Vorspalt trug, und der Zwischenwand wurde mit Ramsayfett abgedichtet, so daß der Vorspalt selbst die einzige Verbindung zwischen Mittelraum und Ofenraum bildete. Auch der Mittelraum enthielt ein Kühlgefäß. Er wurde durch eine zweite Pumpe evakuiert (Sauggeschwindigkeit mit Saugleitung und Kühlfalle etwa 1 Liter/sec für Luft). *Magnetraum* und *Auffängerraum* wurden gemeinsam durch eine dritte Pumpe ähnlicher Sauggeschwindigkeit evakuiert; da sie mit dem Mittelraum nur durch einen kleinen Kanal (etwa 1 mm Durchmesser, 2 mm lang) kommunizierten, konnte in ihnen während des Versuchs Hängevakuum aufrechterhalten werden. Der Abbildespalt saß dicht am Anfang des Magnetfeldes. Im Auffängerraum befand sich außer den schon besprochenen Manometern die elektromagnetisch betätigte Klappe zum Absperren des Strahles, die am Ende eines langen Hebels saß, an dessen anderem Ende, in hinreichendem Abstand vom Magnetfeld, ein Eisenanker befestigt war.

Die *Justierung* geschah teils optisch, teils mit den Molekularstrahlen selbst. Zunächst wurde der Abbildespalt am Magnetfeld befestigt, und zwar so, daß seine Mittellinie zwischen der Furchenebene und der Schneide lag, dicht (etwa 0,1 mm) über der Furchenebene; das war mittels eines Mikroskops leicht zu kontrollieren. Dann wurde der Mittelraum mit dem Vorspalt montiert; ein Lichtstrahl (Wolframpunktlampe) wurde durch Vorspalt und Abbildespalt geschickt und der Vorspalt so lange verschoben,

bis der Lichtstrahl das Feld genau parallel zu den Polschuhkanten durchlief. Nun wurde die Punktlampe an ihrem Ort belassen, der Ofenraum montiert und der Ofen so lange verschoben, bis der Strahl seine größte Helligkeit hatte. Damit waren diese drei Spalte in eine Linie gestellt und richtig zum Feld justiert. Ihre gegenseitige Parallellage wurde dadurch gesichert, daß jeder einzeln ins Lot gestellt wurde; darauf kam es nicht so sehr genau an, da der Strahl ja nur $^1/_2$ mm hoch, das Verhältnis Länge zu Breite also nur etwa 25 war; ein Fehler von 1^0 in der Vertikalstellung, der sicher nicht vorkam, hätte noch nicht viel geschadet.

Die Justierung des Auffängers und die Feinjustierung des Ofens erfolgte mit dem Molekularstrahl selbst. Insbesondere mußte der Auffangespalt so gestellt werden, daß die Moleküle wirklich durch den Kanal durchlaufen konnten, ohne die Wand zu treffen; da die Kanallänge das 200fache der Kanalbreite war, setzte schon eine Verdrehung um $^1/_{200} = 0{,}3^0$ den Druck im Auffänger auf die Hälfte herab; man mußte also auf wenige Bogenminuten genau zielen; zu diesem Zweck war ein langer kräftiger Arm mit Mikrometerverschiebung am Auffängerschliff befestigt.

Ergebnisse. Es wurden zuerst Strahlen aus gewöhnlichem H_2 bei tiefer Temperatur (flüssiger Luft) untersucht. Zur Deutung dieser Versuche ist folgendes zu sagen: Gewöhnlicher Wasserstoff besteht aus 25% Parawasserstoff und 75% Orthowasserstoff. Beim Para-H_2 stehen die beiden Protonen antiparallel, er sollte also kein vom Kernspin herrührendes magnetisches Moment haben. Dagegen ist zu erwarten, daß die Rotation der Moleküle ein magnetisches Moment erzeugt. Bei der Temperatur der flüssigen Luft haben aber die Para-H_2-Moleküle fast alle (99%) die Rotationsquantenzahl 0; der Para-H_2 sollte also bei dieser Temperatur kein magnetisches Moment haben. Wir haben das durch Versuche an reinem Para-H_2 bestätigt.

Beim Ortho-H_2 stehen die beiden Protonen parallel, er hat also aus diesem Grunde ein magnetisches Moment vom Betrag 2 Protonenmomente. Außerdem gibt wiederum die Rotation einen Beitrag zum magnetischen Moment; und in diesem Falle ist dieser Beitrag nicht durch Erniedrigung der Temperatur wegzuschaffen, da der niedrigste Rotationszustand vom Ortho-H_2 die Quantenzahl 1 hat. Da die Kopplung zwischen den beiden Momenten (Rotation und Kernspin) sehr klein und in den zur Aufspaltung benutzten Feldern von etwa 20000 Gauß sicher völlig aufgehoben ist, ist für einen Ortho-H_2-Strahl einheitlicher Geschwindigkeit bei tiefer Temperatur das Aufspaltungsbild Fig. 9 zu erwarten. Jedes der beiden

Momente hat drei Einstellungen im Feld (entsprechend der Quantenzahl 1); in der Figur ist angenommen, daß das Rotationsmoment viel kleiner ist als das Kernmoment. Bei den wirklich verwendeten Strahlen mit Maxwell-Verteilung der Geschwindigkeiten entspricht jedem Strich der obigen Figur (außer dem Mittelstrich) eine Maxwellkurve; die gemessene Intensitätsverteilung ist die Überlagerung dieser Kurven. Unter S_R bzw. S_P ist im Folgenden immer die Ablenkung für Moleküle der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit verstanden.

Prinzipiell könnte man aus der gemessenen Intensitätsverteilung die beiden Unbekannten S_R und S_P (s. Fig. 9) errechnen; doch würde das eine sehr hohe Genauigkeit der Messungen voraussetzen. Wir haben daher die eine Unbekannte, das Rotationsmoment, d. h. S_R, auf folgendem Wege bestimmt. Wir haben reinen Para-H_2[1]) außer bei der Temperatur der flüssigen Luft auch bei höheren Temperaturen (festes CO_2, d. h. 195^0 abs. und Zimmertemperatur, d. h. 292^0 abs.) untersucht. Bei der Temperatur der flüssigen Luft war er, wie erwähnt, unmagnetisch[2]); bei höheren Temperaturen zeigte er ein Moment, das von den dann auftretenden höheren Rotationsquantenzuständen herrührt. Wir haben die Häufigkeit dieser Quantenzustände nach der Boltzmannformel berechnet; bezeichnet man die Rotationsquantenzahl mit n, so ergibt für $T = 195^0$ abs. die Rechnung 73% Moleküle mit $n = 0$, und 27% mit $n = 2$; bei Zimmertemperatur (292^0 abs.) findet man 52,5% mit $n = 0$, 46,1% mit $n = 2$, und 1,4% mit $n = 4$. Unter der Voraussetzung, daß die auftretenden Komponenten des magnetischen Moments (vgl. Fig. 10) alle ganzzahlige Vielfache eines Grundmoments sind, das $n = 1$ entspricht, können wir dieses Grundmoment μ_R aus den Messungen entnehmen; es ergibt sich zu etwa ein Kernmagneton, eher etwas kleiner.

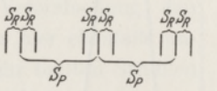


Fig. 9. Aufspaltungsbild von Orthowasserstoff

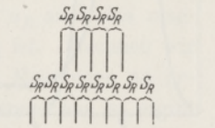


Fig. 10. Aufspaltungsbild für Parawasserstoff; oben $n = 2$, unten $n = 4$

Auf die Art der Ausrechnung des Moments soll noch etwas näher eingegangen werden. Es wurde zunächst die Form des unaufgespaltenen Strahles ausgemessen. Unter Form des Strahles verstehen wir immer die Form der Kurve, die man erhält, wenn man den Auffänger quer durch den

[1]) Hergestellt von Herrn I. Estermann, wofür wir ihm besten Dank schuldig sind.

[2]) Ein kleiner Betrag von magnetischen Molekülen kam offenbar von einer geringen Verunreinigung (3 bis 4%) mit Ortho-H_2.

Strahl durchbewegt und die gemessene Intensität als Funktion der Auffängerverschiebung aufträgt; Beispiel siehe Fig. 11. Die Form des Strahles stimmte recht gut mit der geometrisch zu erwartenden Form überein, falls das remanente Feld des Magneten durch einen schwachen Gegenstrom (0,2 Amp.) beseitigt wurde. Sodann wurde das Feld eingeschaltet und die Strahlform neuerdings ausgemessen (Fig. 11 und 12). Wie daraus das

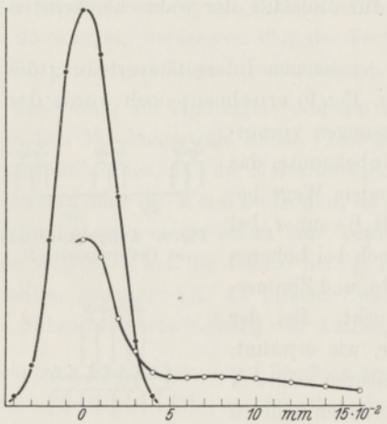


Fig. 11. Beispiel einer Messung an gewöhnlichem Wasserstoff bei 95° abs.; Stahlform ohne Feld (●) und mit Feld (○).

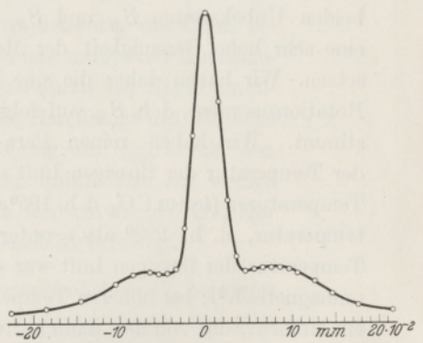


Fig. 12. Vollständiges Aufspaltungsbild von gewöhnlichem Wasserstoff bei 95° abs.; die Unsymmetrie ist apparativ bedingt.

Moment berechnet wurde, sei an dem Beispiel „Para-H_2 bei 195° abs." besprochen.

Wir greifen irgendeinen Punkt der gemessenen Kurve heraus, dessen Abstand von der Mitte hinreichend groß gegen die Strahlbreite ist (praktisch genügt ein Abstand gleich der Strahlbreite). Wir wissen nun, daß 73% der Moleküle die Rotationsquantenzahl $n = 0$ haben, also unmagnetisch sind und überhaupt nichts zur Intensität an dieser Stelle beitragen. Von den restlichen 27% wird ein Fünftel ebenfalls nicht abgelenkt (s. Fig. 10, oben), während zwei Fünftel in zwei Strahlen aufgespalten werden, genau wie ein Strahl von Silberatomen, nur mit dem sehr viel kleineren Moment μ_R, wie es durch die Rotation eines H_2-Moleküls mit einem Rotationsquant erzeugt wird, und die restlichen zwei Fünftel genau so, nur mit dem doppelten Moment.

Wir können nun dem Rotationsmoment versuchsweise irgendeinen Wert erteilen, z. B. ein Kernmagneton; daraus können wir s_a, die Ablenkung für Moleküle mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit, berechnen

und daraus unter Berücksichtigung der Maxwellverteilung die Intensität in dem betreffenden Abstand von der Strahlmitte[1]). Für diese Berechnung haben wir angenommen, daß der ursprüngliche Strahl Rechtecksform besitzt mit einer Breite, die gleich der Halbwertsbreite des gemessenen Strahls ist; diese Vereinfachung ist in unserem Falle völlig unbedenklich, wie wir durch Kontrollrechnung sichergestellt haben. Es wurde nun μ_R so lange variiert, bis die berechneten Intensitäten mit den gemessenen übereinstimmten.

Ein zweiter Weg, auf dem wir diese Werte verifizierten, war der, die Intensität in der Mitte des Strahles mit und ohne Feld zu messen. Auch hier benutzten wir bei der Berechnung wieder die Vereinfachung, den unabgelenkten Strahl als rechteckig zu behandeln, was hier ebenfalls unbedenklich war, da wir diese Methode vor allem bei sehr breiten Strahlen verwendeten, die wirklich mit großer Annäherung Rechtecksform aufwiesen.

In prinzipiell der gleichen Weise wurden die Messungen an gewöhnlichem Wasserstoff ausgewertet. Wir nehmen an, daß μ_R auch das magnetische Rotationsmoment des einquantigen Ortho-H_2 ist. Rechnen wir mit diesem Wert des Rotationsmoments aus unseren Messungen an gewöhnlichem H_2 das von den Protonen herrührende Moment aus, so ergibt es sich zu etwa 5 Kernmagnetonen pro Ortho-H_2-Molekül. Das magnetische Moment eines Protons wäre also danach nicht ein Kernmagneton, sondern etwa 2 bis 3 Kernmagnetonen. Dieser Zahlenwert ist nicht sehr genau; doch scheint ein Wert von der Größe 1 mit den Messungen nicht vereinbar zu sein.

Zum Rotationsmoment sei noch folgendes gesagt: Wir machten anfangs nur Messungen mit gewöhnlichem H_2 und versuchten, für das Rotationsmoment einen theoretisch berechneten Wert zu verwenden. Auf Veranlassung von Herrn Fermi hatte Herr Bethe die Freundlichkeit, das elektrische Trägheitsmoment des H_2-Moleküls abzuschätzen. Aus seinen Rechnungen ergab sich unter der Annahme, daß das H_2-Molekül wie ein starrer Körper rotiert, für das Rotationsmoment ein Wert von etwa 3 Kernmagnetonen (für die Rotationsquantenzahl eins). Erst später kamen wir darauf, daß man in der oben beschriebenen Weise durch Messungen an reinem Parawasserstoff das Rotationsmoment direkt experimentell bestimmen kann. Es ergab sich, wie erwähnt, ein Wert von höchstens einem Kernmagneton. Da diese Diskrepanz weit außerhalb der Fehlergrenzen

[1]) Siehe z. B. U. z. M. Nr. 5; O. Stern, ZS. f. Phys. **41**, 563, 1927.

sowohl der theoretischen Abschätzung als auch unserer Messungen lag, wandten wir uns neuerdings an Herrn Fermi, der dann folgendes herausbrachte: Die Annahme, daß das Wasserstoffmolekül wie ein starrer Körper rotiert, ist unzutreffend; man muß sich vielmehr vorstellen, daß die Elektronenhülle bei der Rotation zurückbleibt („rutscht"). Eine Abschätzung dieses Effektes, die Herr Wick[1]) auf Anregung von Herrn Fermi vornahm, ergab, daß das Rotationsmoment zwischen 0,35 und 0,92 Kernmagnetonen liegen sollte. Das ist mit unseren Messungen vereinbar; wir möchten vermuten, daß der wirkliche Wert näher an der oberen Grenze liegt.

[1]) ZS. f. Phys. **85**, 25, 1933.

Einführung in die Elektronik

Die Experimentalphysik des freien Elektrons im Lichte der klassischen Theorie und der Wellenmechanik

Von

Dr. Otto Klemperer

Privatdozent für Physik an der Universität Kiel

Mit 207 Abbildungen. XII, 303 Seiten. 1933

RM 18.60; gebunden RM 19.80

Das vorliegende Buch soll dem Physiker zur Einführung in das Gesamtgebiet der Elektronik dienen, indem es eine zusammenfassende kritische Darstellung des geordneten Tatsachenmaterials bringt. Es wendet sich insbesondere an Studenten und an Fachleute, die mit den Grundlagen der allgemeinen Physik vertraut sind, ohne sich jedoch spezieller mit der Elektronenphysik beschäftigt zu haben. Die neu entstandenen wellenmechanischen Theorien haben die heutigen Vorstellungen vom Wesen des Elektrons erst geschaffen; die Fermistatistik gab den Schlüssel zum Verständnis des Metallelektronengases und der damit zusammenhängenden Elektronenemissionsphänomene. Die experimentelle Forschung der letzten Jahre hat mit der schnellen theoretischen Entwicklung Schritt gehalten: infolge der Entwicklung der experimentellen Technik sind die Resultate früherer Messungen über Elektronenkonstanten, Elektronenemission und Wechselwirkung der Atome mit Elektronen gerade in letzter Zeit bedeutend verbessert und verfeinert worden, außerdem aber sind infolge der Anregungen durch die neuen Theorien ganze Gebiete, wie z. B. Beugung, Brechung und Polarisation der Elektronen, neu entstanden. Heute steht man nun an einem gewissen Abschluß insofern, als man die Tragweiten der neuen Theorien für das Gesamtgebiet der Elektronik einigermaßen übersehen kann und weil die Summe der experimentellen Einzelkenntnisse jetzt ausreicht, aus der Fülle der Einzelheiten ein gerundetes Gesamtbild entstehen zu lassen. Daher liegt ein Bedürfnis nach einer zusammenfassenden Darstellung der Elektronik vor, welchem dieses Buch Genüge leisten soll. Da die moderne Forschung bis zu ihren letzten Ergebnissen berücksichtigt worden ist, wird auch der Spezialforscher einige Anregungen finden.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN

Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete

Herausgegeben von der Schriftleitung des

„Zentralblatt für Mathematik"

Die **„Ergebnisse der Mathematik"** erscheinen in einzelnen Heften von 5 bis 7 Bogen Umfang. Je 5 Hefte bilden in der Reihenfolge ihres Erscheinens einen Band.

Jedes Heft der „Ergebnisse" ist einzeln käuflich. Bei Verpflichtung zum Bezug eines vollständigen Bandes tritt eine 10%ige Preisermäßigung ein. Die Bezieher des „Zentralblatt für Mathematik" erhalten, sofern sie sich zum Bezug eines ganzen Bandes verpflichten, auf den ermäßigten Bandpreis einen weiteren Nachlaß von 20%.

Zweiter Band:

1. Heft: **Projektive Relativitätstheorie.** Von **O. Veblen.** Mit 3 Figuren. V, 73 Seiten. 1933. Einzelpreis RM 8.—; Bandpreis RM 7.20

2. Heft: **On the Problem of Plateau.** By **Tibor Radó.** With 1 Figure. III, 109 Seiten. 1933. Einzelpreis RM 12.80; Bandpreis RM 11.50

3. Heft: **Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung.** Von **A. Kolmogoroff.** V, 62 Seiten. 1933. Einzelpreis RM 7.50; Bandpreis RM 6.75

4. Heft: **Asymptotische Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung.** Von **A. Khintchine.** V, 77 Seiten. 1933. Einzelpreis RM 9.60; Bandpreis RM 8.65

5. Heft: **The Theory of Matrices.** By **C. C. MacDuffee.** V, 110 Seiten. 1933. Einzelpreis RM 13.—; Bandpreis RM 11.70

Die **„Ergebnisse der Mathematik"** folgen so elastisch als möglich der Entwicklung unserer Wissenschaft. Ihr Ziel ist, in einzelnen selbständigen Berichten in Problemstellung, Literatur und hauptsächliche Entwicklungsrichtung spezieller moderner Gebiete einzuführen. Sie wollen damit auch der tatsächlichen Lage der Dinge Rechnung tragen, indem sie jedem Forscher Gelegenheit geben wollen, sich die Berichte zu beschaffen, die sein Arbeitsgebiet direkt betreffen, ohne ihn zu zwingen, sich gleichzeitig mit einem dem einzelnen praktisch unerschwinglichen Apparat eines umfangreichen Handbuches der Gesamtwissenschaft zu belasten.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN

Druck von Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges., Braunschweig

Printed in Germany

Sonderabdruck
aus der „Zeitschrift für Physik“ ***86****, 132, 1933.*
Verlag von Julius Springer, Berlin.

(Untersuchungen zur Molekularstrahlmethode aus dem Institut für physikalische Chemie der Hamburgischen Universität. Nr. 29.)

Über die magnetische Ablenkung von isotopen Wasserstoffmolekülen und das magnetische Moment des „Deutons“ [1].

(Vorläufige Mitteilung.)

Von **I. Estermann** und **O. Stern** in Hamburg.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 19. August 1933.)

In zwei vorhergehenden Mitteilungen[2]) wurde über Versuche berichtet, in denen Strahlen aus molekularem Wasserstoff im Stern-Gerlach-Experiment abgelenkt wurden. Aus diesen Versuchen konnte unter gewissen Voraussetzungen das magnetische Moment des Protons bestimmt werden; es ergab sich zu etwa 2,5 Kernmagnetonen.

Im folgenden wollen wir kurz über analoge Versuche berichten, die wir mit isotopem Wasserstoff ausgeführt haben. Herr G. N. Lewis war so freundlich, uns etwa 0,1 g Wasser zur Verfügung zu stellen, das nach seinen Angaben etwa 82% des schweren Isotops H^2 enthielt. Wegen der geringen Wassermenge und wegen der kurzen Zeit, die uns aus äußeren Gründen für diese Versuche zur Verfügung stand, haben wir darauf verzichtet, reinen isotopen Wasserstoff herzustellen, wir haben uns vielmehr damit begnügt, das Wasser mit Natrium zu zersetzen und den dabei gebildeten Wasserstoff ohne weitere Vorbehandlung zu verwenden. Nimmt man an, daß in dem so erzeugten Wasserstoff die möglichen Kombinationen $H^1 H^1$, $H^1 H^2$ und $H^2 H^2$ entsprechend dem Gleichgewichtsverhältnis enthalten sind, so sollte dieser Wasserstoff aus 67% $H^2 H^2$, 30% $H^2 H^1$ und 3% $H^1 H^1$ bestehen. Es wäre jedoch möglich, daß das Gas noch eine geringe zusätzliche Menge von gewöhnlichem $H^1 H^1$ enthielt, der aus dem zur Zersetzung verwandten Natrium oder der Wasserhaut des Glases stammt. Trotz dieser Unsicherheit ergaben die Versuche einwandfrei das interessante Resultat, daß das magnetische Kernmoment des Wasserstoffisotops H^2 trotz des doppelten Kernspins[1]) nicht größer, wahrscheinlich sogar wesentlich kleiner ist als das des Protons.

[1]) Von G. N. Lewis vorgeschlagener Name für den Kern des Wasserstoff-Isotops 2.

[2]) U. z. M. Nr. 24, R. Frisch u. O. Stern, ZS. f. Phys. **85**, 4, 1933. U. z. M. Nr. 27, I. Estermann u. O. Stern, ebenda **85**, 17, 1933.

Wir haben zunächst bei Zimmertemperatur und einer Halbwertsbreite des Strahles von 0,103 mm die Schwächung im Magnetfeld gemessen. Es ergab sich eine Schwächung von 8%. Kontrollversuche mit elektrolytischem Wasserstoff, sowie mit gewöhnlichem Wasserstoff, der in der gleichen Weise wie der isotope durch Zersetzung von gewöhnlichem Wasser mit Natrium erhalten war, ergaben in Übereinstimmung mit unseren früheren Resultaten eine Schwächung von $15^1/_2$%. Sodann wurde der Ofenspalt mit flüssiger Luft gekühlt. Bei derselben Spaltbreite von 0,103 mm ergab der isotope Wasserstoff eine Schwächung von $33^1/_2$% gegenüber einer Schwächung von 41% bei gewöhnlichem Wasserstoff. Dann machten wir den Strahl schmaler. Bei einer Halbwertsbreite von 0,045 mm ergab der isotope Wasserstoff eine Schwächung von 63%, während der elektrolytische Wasserstoff eine Schwächung von 53% ergab.

Aus der Tatsache, daß bei schmalem Strahl die Schwächung unseres isotopen Wasserstoffs stärker ist als die des gewöhnlichen, folgt, daß der Bruchteil der magnetischen Moleküle in unserem isotopen Wasserstoff größer war als in gewöhnlichem Wasserstoff, was möglicherweise auf die Komponente $H^2 H^1$ zurückzuführen ist. Aus der Tatsache, daß bei breitem Strahl die Schwächung unseres isotopen Wasserstoffs (besonders deutlich bei Zimmertemperatur) geringer ist als die des gewöhnlichen Wasserstoffs, folgt, daß das magnetische Moment der Moleküle unseres isotopen Wasserstoffs im Mittel kleiner ist als das der Moleküle des gewöhnlichen Wasserstoffs. Wir konnten dieses Resultat durch Messung der abgelenkten Moleküle direkt bestätigen (Fig. 1).

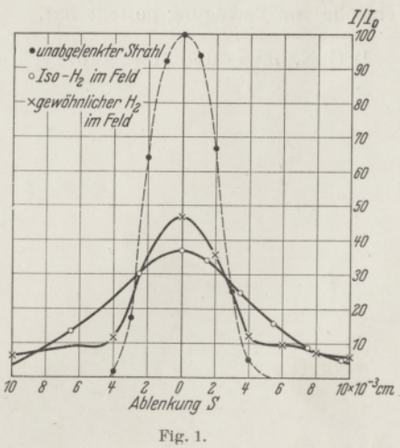


Fig. 1.

Die einwandfreie Deutung dieser Versuchsresultate ist infolge des Vorhandenseins der verschiedenen Komponenten und unserer mangel-

[1]) G. N. Lewis u. M. F. Ashley, Phys. Rev. **43**, 837, 1933.

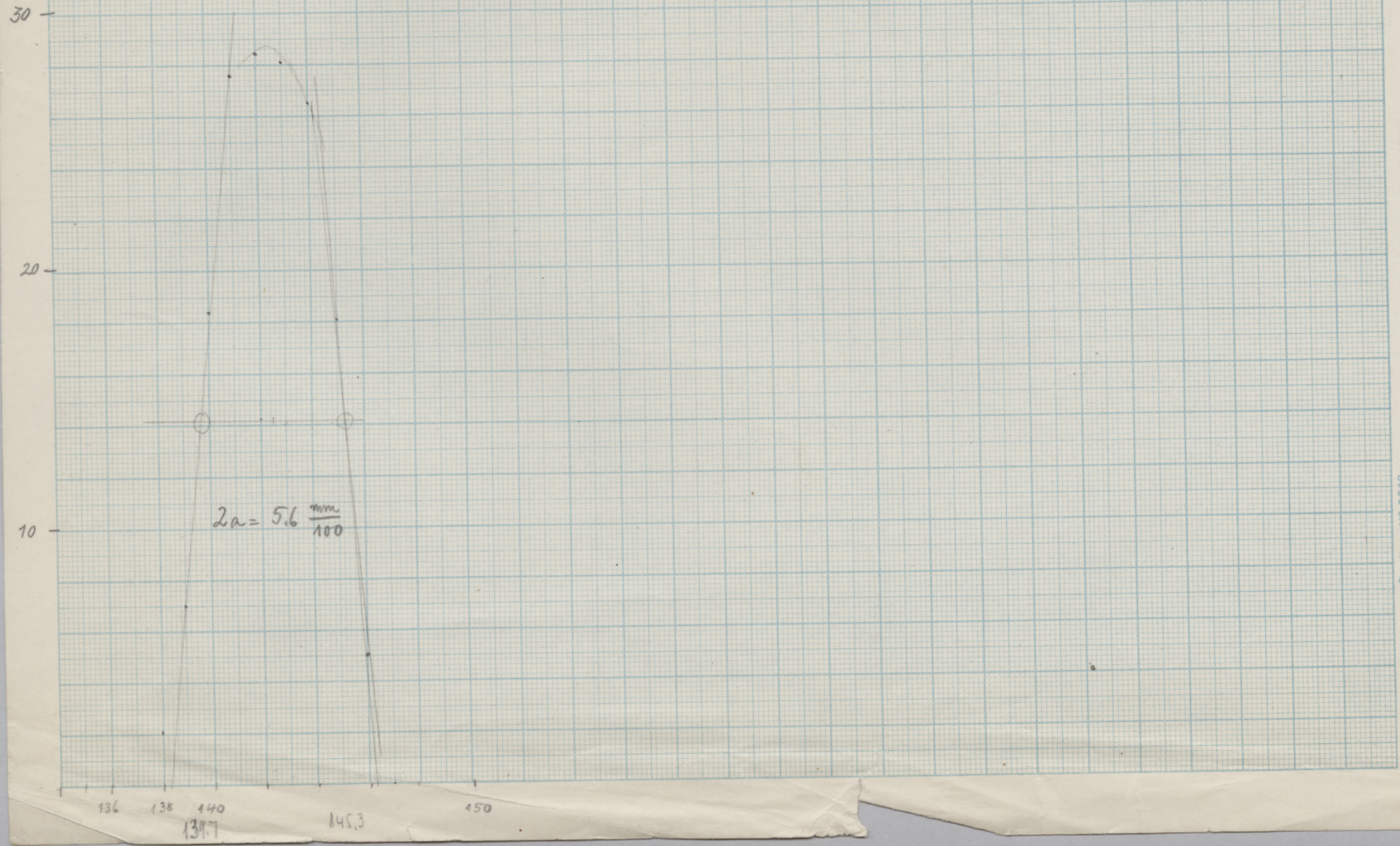
haften Kenntnis ihrer Mengenverhältnisse sehr kompliziert und nicht eindeutig durchführbar. Wir möchten diese Diskussion daher verschieben, bis wir die in Aussicht genommenen Versuche mit den reinen Komponenten durchgeführt haben, was leider infolge äußerer Umstände noch einige Zeit dauern wird. Wir glaubten aber, über diese ganz vorläufigen Versuche schon jetzt kurz berichten zu sollen, weil man immerhin aus ihnen schließen kann, daß das Deuton, trotzdem es das doppelte mechanische Moment hat wie das Proton[1]), kein größeres, sondern wahrscheinlich sogar ein wesentlich kleineres magnetisches Moment hat wie das Proton. Daß wir für das Verhältnis des magnetischen zum mechanischen Kernmoment beim Deuton einen viel kleineren Wert finden als beim Proton, stimmt gut dazu, daß auch die mit Hilfe der Theorie der Hyperfeinstruktur für die Momente schwererer Kerne berechneten Verhältniszahlen im allgemeinen viel kleiner sind, als wir für das Proton gefunden haben.

Wir möchten diese Mitteilung nicht schließen, ohne Herrn G. N. Lewis aufs herzlichste dafür zu danken, daß er uns auf unsere Bitte hin umgehend den letzten Rest seiner Bestände an isotopem Wasser für diese Versuche zur Verfügung gestellt hat.

[1]) G. N. Lewis und M. F. Ashley, l. c.

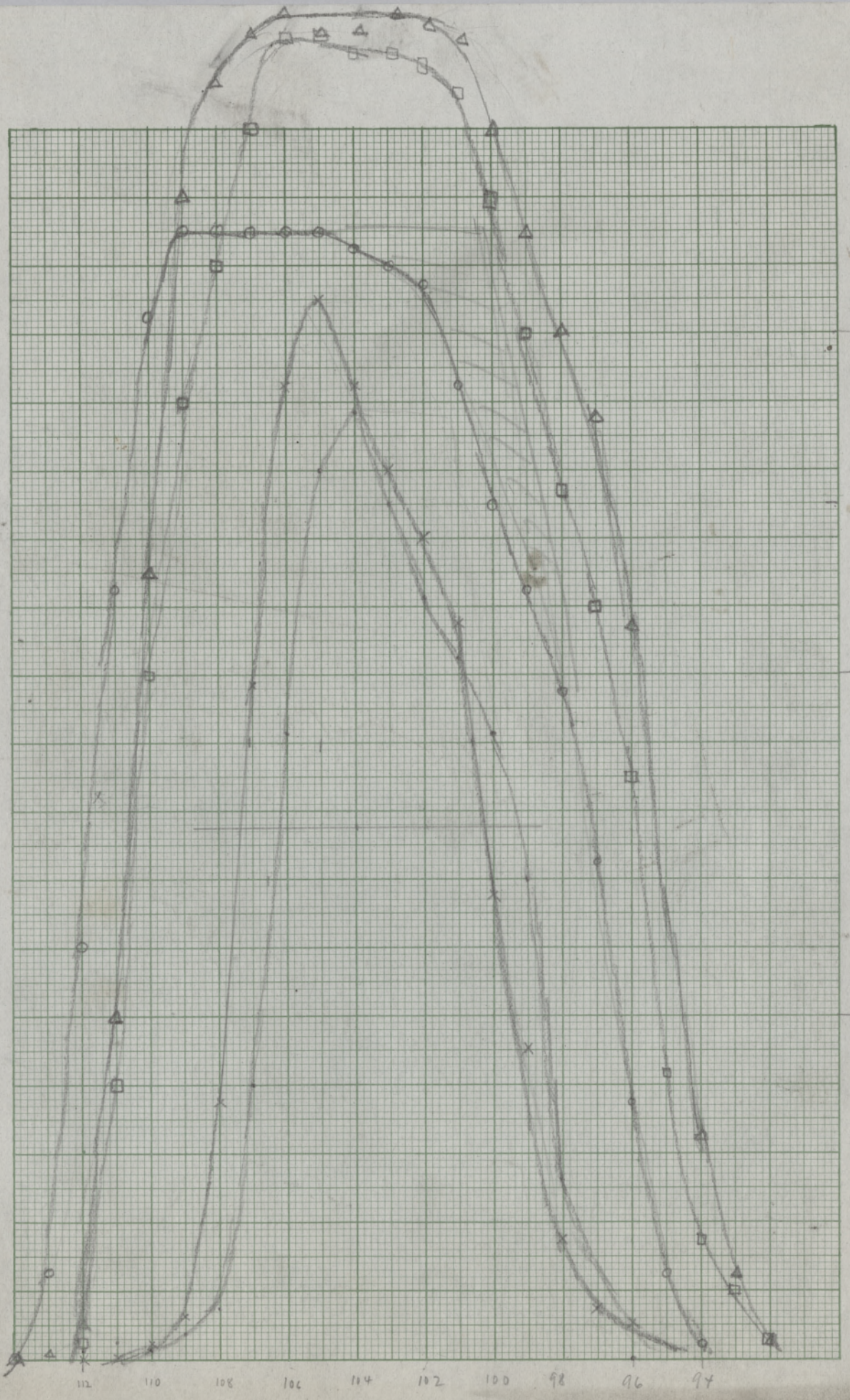
Printed in Germany

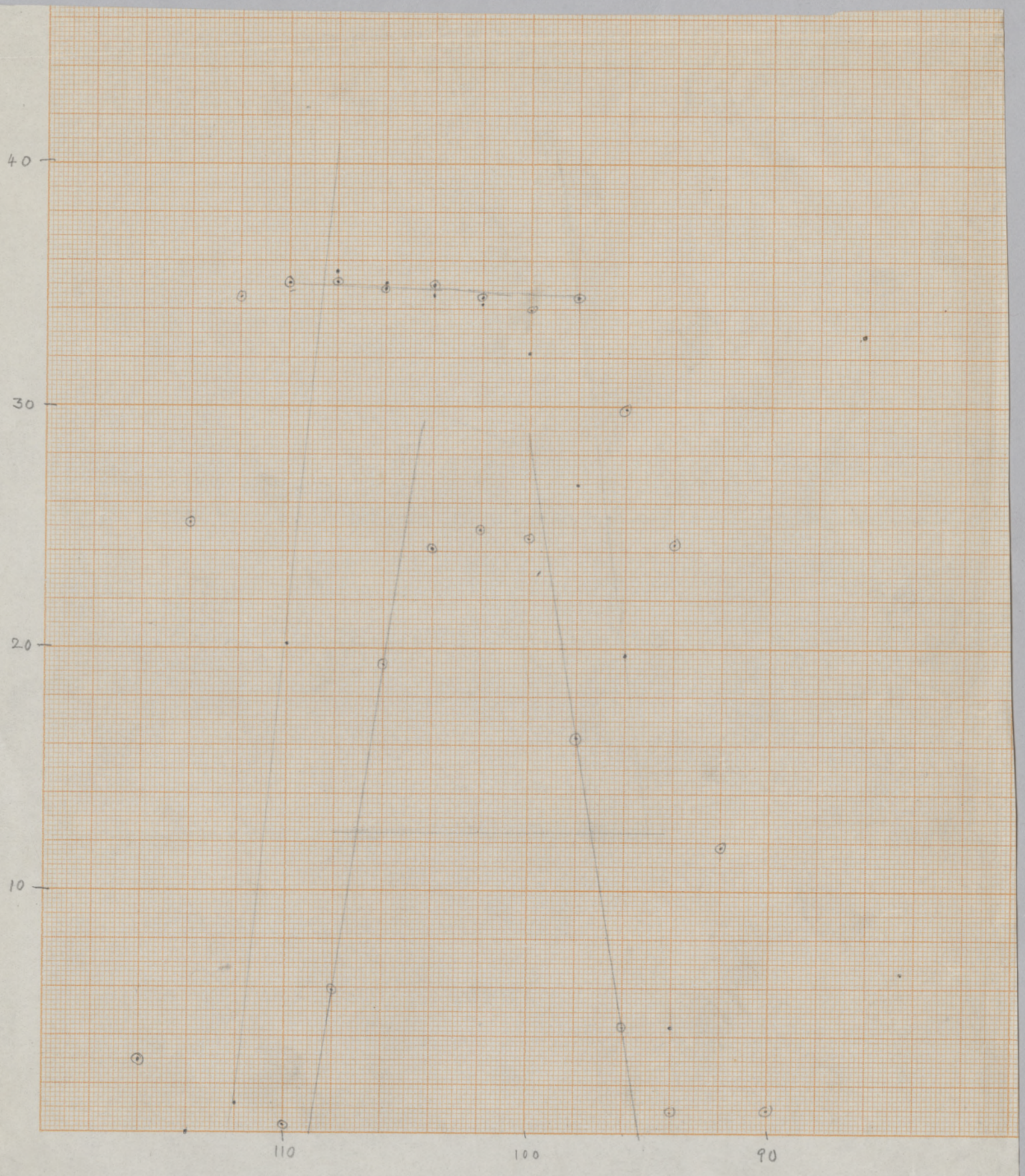
14.4.33



Gebr. Wichmann, Berlin. № 3018.

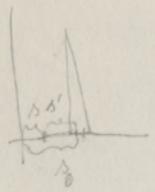
CARNEGIE INSTITUTE OF TECHNOLOGY
PITTSBURGH





CROSS SECTION
10. MILLIMETER
DRAWING OR TRACING PAPER
ED IN U.S.A.

$$dn = \frac{1}{2} \gamma_0 \, ds_0 \, e^{-y} y \, dy, \quad y = \frac{v^2}{\alpha^2}, \quad s' = \frac{konst}{v^2}, \quad s_\alpha = \frac{konst}{\alpha^2}, \quad y = \frac{v^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{s'}$$



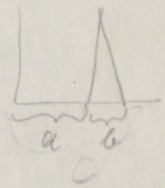
$$s' = s_0 - s, \quad ds' = +ds_0, \quad \frac{dy}{ds'} = -\frac{s_\alpha}{s'^2}, \quad y\,dy = -\frac{s_\alpha^2}{s'^3} ds'$$

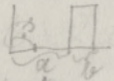
$$dn = \frac{c_2}{\alpha^7} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} v^3 dv = \frac{c_2}{2} e^{-y} y \, dy, \quad n_0 = \frac{c_2}{2} \int_{y=0}^{y=\infty} e^{-y} y \, dy = \frac{c_2}{2}, \quad c = 2n_0, \quad dn = n_0 e^{-y} y \, dy$$

$$y = \frac{v^2}{\alpha^2}$$

$$\int_0^\infty e^{-y} y \, dy = -\int_\infty^0 y \, de^{-y} = \int_\infty^0 y \, de^{-y} = y e^{-y} \Big|_\infty^0 - \int_\infty^0 e^{-y} dy = y e^{-y} \Big|_\infty^0 + e^{-y} \Big|_\infty^0 = e^{-y}(1+y) \Big|_\infty^0 = 1$$

$$\frac{dn}{ds'} = df = \frac{1}{2} \gamma_0 \frac{ds_0}{s_\alpha} e^{-\frac{s_\alpha}{s_0 - s}} \frac{s_\alpha^2}{(s_0 - s)^2}, \quad \gamma_s = \frac{1}{2} \int_{s_0 = a}^{s_0 = a+b} \frac{\gamma_0}{s_\alpha} e^{-\frac{s_\alpha}{s_0 - s}} \frac{s_\alpha^3}{(s_0 - s)^3} ds_0$$



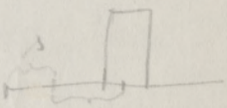
Rechteck: 

$$s' = s_0 - s$$

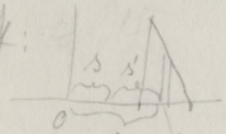
$$\gamma_s = \frac{1}{2} \frac{\gamma_0}{s_\alpha} \int_{s_0 = a}^{s_0 = a+b} e^{-\frac{s_\alpha}{s'}} \frac{s_\alpha^3}{s'^3} ds', \quad \frac{s_\alpha}{s'} = x, \quad dx = -\frac{s_\alpha}{s'^2} ds', \quad \frac{s_\alpha^2}{s'^3} ds' = -x \, dx$$

$$\gamma_s = \frac{1}{2} \gamma_0 \int_{\frac{s_\alpha}{a+b-s}}^{\frac{s_\alpha}{a-s}} e^{-x} x \, dx = \frac{1}{2} \gamma_0 \Big[e^{-x}(x+1) \Big]_{\frac{s_\alpha}{a+b-s}}^{\frac{s_\alpha}{a-s}}$$

$$x = \frac{s_\alpha}{s'} = \frac{s_\alpha}{s_0 - s}$$



$$s^* = a + \frac{b}{2} - s, \quad a - s = s^* - \frac{b}{2}, \quad = s^* + \frac{b}{2}$$

Dreieck: 

$$s_0 = s + s'$$
$$s' = s_0 - s$$

zwischen $s_0 = a$ und $s_0 = a+b$: $\gamma_0 = \gamma_0^0 \left(1 - \frac{s_0 - a}{b}\right) = \gamma_0^0 \left(1 + \frac{a}{b} - \frac{s_0}{b}\right)$

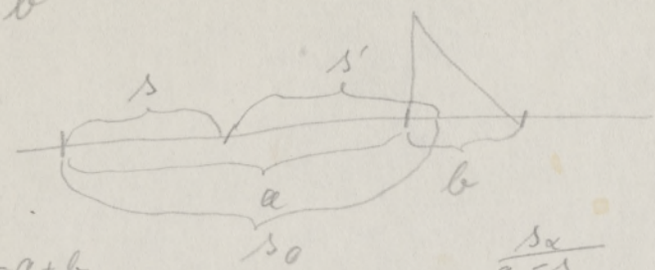
$$x = \frac{s_\alpha}{s_0 - s}, \quad \gamma_s = \frac{1}{2} \int_{s_0 = a}^{s_0 = a+b} \gamma_0 e^{-\frac{s_\alpha}{s'}} \frac{s_\alpha^2}{s'^3} ds', \quad \gamma_0 = \gamma_0^0 \left(1 + \frac{a}{b}\right) - \frac{\gamma_0^0}{b}(s + s') = \gamma_0^0 \left(1 + \frac{a-s}{b}\right) - \frac{\gamma_0^0}{b} s'$$

$$x = \frac{s_\alpha}{s'}, \quad s' = \frac{s_\alpha}{x}, \quad \gamma_0 = \gamma_0^0 \left(\frac{b}{b} \frac{a-s}{b}\right) - \frac{\gamma_0^0}{b} \frac{s_\alpha}{x}, \quad , \quad \frac{s_\alpha}{s'} = x, \quad dx = -\frac{s_\alpha}{s'^2} ds', \quad \frac{s_\alpha^2}{s'^3} ds' = -x \, dx$$

$$\gamma_s = \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \gamma_0 e^{-x} x \, dx - \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \gamma_0^0 \left(\frac{a+b-s}{b} - \frac{s_\alpha}{b} \frac{1}{x} \right) e^{-x} x \, dx = \frac{1}{2} \gamma_0 \left[\frac{a+b-s}{b} \Big[(1+x) e^{-x} \Big]_{x_1}^{x_2} + \frac{s_\alpha}{b} e^{-x} \Big|_{x_1}^{x_2} \right]$$

$$y_0^1 = y_0^0\left(1-\frac{s_0-a}{b}\right),\ s_0=a:\ y_0=y_0^0,\ s_0=a+b:\ y_0=0 \qquad y_0^1+y_0^2=y_0^0$$

$$y_0^2 = y_0^0\frac{s_0-a}{b},\ s_0=a:\ y_0=0,\ s_0=a+b:\ y_0=y_0^0$$



$s'=s_0-s$

$s_0=a$ $\quad x=\frac{s_\alpha}{a-s}$

$x=\frac{s_\alpha}{s'}$, $dx=-\frac{s_\alpha}{s'^2}ds'$ $\quad s_0=a+b$ $\quad x=\frac{s_\alpha}{a+b-s}$

$\frac{s_\alpha^2}{s'^3}ds'=-x\,dx$

$$y_s=\frac{1}{2}\int_{s_0=a}^{s_0=a+b} y_0 e^{-\frac{s_\alpha}{s'}}\frac{s_\alpha^2}{s'^3}ds'=\frac{1}{2}\int_{\frac{s_\alpha}{a-s}}^{\frac{s_\alpha}{a+b-s}} y_0 e^{-x}x\,dx$$

$s^x=a+\frac{b}{2}-s$

$a-s-s^x=\frac{b}{2}$

$a-s-b=s^x+\frac{b}{2}$

$$y_s^1+y_s^2=\frac{1}{2}y_0^0\int_{\frac{s_\alpha}{a+b-s}}^{\frac{s_\alpha}{a-s}} e^{-x}x\,dx=\frac{1}{2}y_0^0\left[(1+x)e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{a+b-s}}^{\frac{s_\alpha}{a-s}}$$

$$y_0^2=y_0^0\frac{s_0-a}{b},\ x=\frac{s_\alpha}{s'}=\frac{s_\alpha}{s_0-s},\ s_0-s=\frac{s_\alpha}{x},\ s_0=\frac{s_\alpha}{x}-s,\ s_0-a=\frac{s_\alpha}{x}-s-a$$

$$y_0^2=y_0^0\left(\frac{s_\alpha}{bx}-\frac{s+a}{b}\right)=y_0^0\frac{s_\alpha}{b}\frac{1}{x}-y_0^0\frac{s+a}{b}$$

$$y_0^1=y_0^0\left(1-\frac{s_0-a}{b}\right)=y_0^0\left(1-\frac{s_\alpha}{xb}+\frac{s+a}{b}\right)=y_0^0\frac{s+a+b}{b}-y_0^0\frac{s_\alpha}{b}\frac{1}{x}$$

$$y_s^2=\frac{1}{2}y_0^0\frac{s_\alpha}{b}\int_{x_1}^{x_2}\frac{1}{x}e^{-x}x\,dx-\frac{1}{2}y_0^0\frac{s+a}{b}\int_{x_1}^{x_2}e^{-x}x\,dx$$

$$=\frac{1}{2}y_0^0\frac{s_\alpha}{b}\left[-e^{-x}\right]_{x_1}^{x_2}-\frac{1}{2}y_0^0\frac{s+a}{b}\left[(1+x)e^{-x}\right]_{x_1}^{x_2}=\frac{1}{2}y_0^0\frac{1}{b}\left[-s_\alpha e^{-x}-(s+a)(1+x)e^{-x}\right]_{x_1}^{x_2}$$

$$y_s^1=\frac{1}{2}y_0^0\frac{s+a+b}{b}(1+x)e^{-x}\Big|_{x_1}^{x_2}+\frac{1}{2}y_0^0\frac{s_\alpha}{b}e^{-x}\Big|_{x_1}^{x_2}=\frac{1}{2}y_0^0\frac{1}{b}\left[-s_\alpha e^{-x}+(s+a+b)(1+x)e^{-x}\right]_{x_1}^{x_2}$$

$s=0$ $\quad y_{s=0}^1=\frac{1}{2}y_0^0\frac{1}{b}\left[s_\alpha+(a+b)(1+x)\right]e^{-x}\Big|_{x_1}^{x_2}$

$$y_{s=0}^2=\frac{1}{2}y_0^0\frac{1}{b}\left[-s_\alpha-a(1+x)\right]e^{-x}\Big|_{x_1}^{x_2}$$

$$Y_{s^2} = \frac{1}{2} Y_0^0 \left\{ e^{-\frac{s\alpha}{s^2+2a^2}} \left[\left(\frac{s\alpha}{s^2+2a^2} + 1 \right) \left(1 + \frac{s^2}{2a^2} \right) + \frac{s\alpha}{2a^2} \right] \right.$$
$$+ e^{-\frac{s\alpha}{s^2-2a^2}} \left[\left(\frac{s\alpha}{s^2-2a^2} + 1 \right) \left(1 - \frac{s^2}{2a^2} \right) + \frac{s\alpha}{2a^2} \right]$$
$$\left. - e^{-\frac{s\alpha}{s^2}} \left[\frac{s\alpha}{a^2} \left(2 + \frac{s\alpha}{a^2} \right) \right] \right\}$$

$s^2 \gg 2a^2 \quad s^2 \pm 2a^2 = s^2 \left(1 \pm \frac{2a^2}{s^2} \right), \quad \frac{s\alpha}{s^2 \pm 2a^2} = \frac{s\alpha}{s^2} \left(1 \mp \frac{2a^2}{s^2} \right), \quad e^{-\frac{s\alpha}{s^2 \pm 2a^2}} = e^{-\frac{s\alpha}{s^2} \pm \frac{s\alpha}{s^2} \frac{2a^2}{s^2} + \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2}$

$$e^{-\frac{s\alpha}{s \pm 2a}} = e^{-\frac{s\alpha}{s}} e^{\pm \frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} - \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2} = e^{-\frac{s\alpha}{s}} \left[1 \pm \frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} + \frac{1}{2} \left(\frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} \right)^2 - \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2 \right]$$

$$Y_{s^4} = \frac{1}{2} Y_0 \left\{ e^{-\frac{s\alpha}{s}} \left[1 + \frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} + \frac{1}{2} \left(\frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} \right)^2 \right] \left[\left(1 + \frac{s\alpha}{s} - \frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} + \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2 + \frac{s\alpha}{2a} \right. \right. \right.$$
$$\left. \left. \left. - \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2 \right) \left(+ \frac{s}{2a} + \frac{s\alpha}{2a} - \frac{s\alpha}{s} + \frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} - \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2 \right) \right]$$
$$+ e^{-\frac{s\alpha}{s}} \left[1 - \frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} + \frac{1}{2} \left(\frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} \right)^2 \right] \left[\left(1 + \frac{s\alpha}{s} + \frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} + \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2 + \frac{s\alpha}{2a} \right. \right.$$
$$\left. \left. - \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2 \right) \left(- \frac{s}{2a} - \frac{s\alpha}{2a} - \frac{s\alpha}{s} - \frac{s\alpha}{s} \frac{2a}{s} - \frac{s\alpha}{s} \left(\frac{2a}{s} \right)^2 \right) \right]$$

$$Y_0^1 = Y_0^0 \left(\frac{a+b}{b} - \frac{s\alpha}{b} \frac{s_0}{s\alpha} \right) = Y_0^0 \left(\frac{a+b}{b} - \frac{s_0}{b} \right)$$

e)

$$\frac{s_\alpha}{s+2a} = \frac{s_\alpha}{s}\left(1+\frac{2a}{s}\right)^{-1} = \frac{s_\alpha}{s}\left[1-\frac{2a}{s}+\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\left(\frac{2a}{s}\right)^3\right] = \frac{s_\alpha}{s}-\frac{s_\alpha 2a}{s s}+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^3$$

$$e^{-\frac{s_\alpha}{s+2a}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}\left[1-\frac{s_\alpha 2a}{s s}+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^3+\frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^3\right]}$$

$$\left(1+\frac{s_\alpha}{s+2a}\right)\left(1+\frac{s}{2a}\right)-\frac{s_\alpha}{2a} = 1+\frac{s_\alpha}{s}-\frac{s_\alpha 2a}{s s}+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^3+\frac{s}{2a}+\frac{s_\alpha}{2a}-\frac{s_\alpha}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)-\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2$$

$$e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left[\frac{s}{2a}+\frac{s_\alpha}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\frac{2a}{s}-\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^2\right]$$

$$\frac{s_\alpha}{s-2a} = \frac{s_\alpha}{s}\left(1-\frac{2a}{s}\right)^{-1} = \frac{s_\alpha}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^3+$$

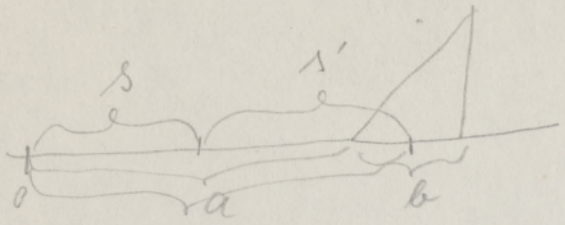
$$e^{-\frac{s_\alpha}{s-2a}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}e^{-\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}-\cdots} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left[1-\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^2+\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^3\right]$$

$$\left(1+\frac{s_\alpha}{s-2a}\right)\left(1-\frac{s}{2a}\right)+\frac{s_\alpha}{2a} = 1+\frac{s_\alpha}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^3+\frac{s_\alpha}{2a}-\frac{s}{2a}-\frac{s_\alpha}{2a}\frac{1}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2$$

$$e^{-\frac{s_\alpha}{s+2a}}\left(1+\frac{s}{2a}\right) = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left[1+\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^3+\frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^3+\frac{s}{2a}+\frac{s_\alpha}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^3\right]$$

$$-e^{-\frac{s_\alpha}{s-2a}}\left(1-\frac{s}{2a}\right) = -e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left[1-\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{2a}{s}\right)^2-\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^2+\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^3-\frac{s}{2a}+\frac{s_\alpha}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\frac{2a}{s}-\frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\frac{2a}{s}-\left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^2\left(\frac{2a}{s}\right)^2\right]$$

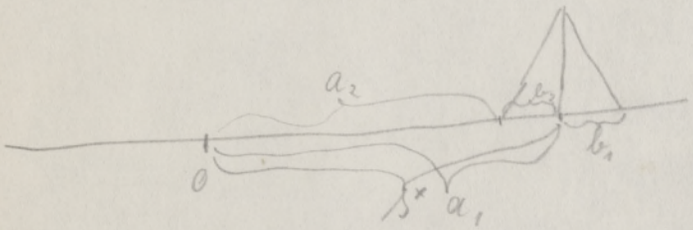
$$= e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left[\frac{s}{a}+\frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{2a}{s}-\frac{s}{a}\right] = \frac{1}{2}\eta_0\, e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\frac{s_\alpha^2 2a}{s^3}$$



$$y_s = \frac{1}{2}\int y_0 e^{-x}\, x\, dx, \quad x = \frac{s_x}{s'}, \quad s' = s_0 - s$$

$$y_0 = y_0^0 \frac{s_0 - a}{b}, \quad s_0 = a: y_0 = 0, \quad s_0 = a+b: y_0 = y_0^0 \quad y_0 = y_0^2$$

Trapezförmiger Fall



$$y_{s^x} = y^1_{s=0}(a_1, b_1) + y^2_{s=0}(a_2, b_2)$$

$$= \frac{1}{2} y_0^0 \frac{1}{b_1}\left[s_\alpha + (a_1+b_1)(1+x)\right] e^{-x}\Big|_{\frac{s_\alpha}{a_1+b_1}}^{\frac{s_\alpha}{a_1}}$$

$$-\frac{1}{2} y_0^0 \frac{1}{b_2}\left[s_\alpha + a_2(1+x)\right] e^{-x}\Big|_{\frac{s_\alpha}{a_2+b_2}}^{\frac{s_\alpha}{a_2}}$$

$a_1 = s^x,\ b_1 = 2a^x$

$a_2 = s^x - 2a^x,\ b_2 = 2a^x$

$a_1 + b_1 = s^x + 2a^x,\ a_1 = s^x$

$a_2^2 + b_2^2 = s^x,\ a_2 = s^x - 2a^x$

$$y_{s^x} = \frac{1}{2} y_0^0 \Bigg\{ \left[\frac{s_\alpha}{b_1} + (a_1+b_1)\frac{1}{b_1}\left(1 + \frac{s_\alpha}{a_1+b_1}\right)\right] e^{-\frac{s_\alpha}{s^x+2a^x}}$$

$$- \left[\frac{s_\alpha}{b_1} + (a_1+b_1)\frac{1}{b_1}\left(1 + \frac{s_\alpha}{a_1}\right)\right] e^{-\frac{s_\alpha}{s^x}}$$

$$- \left[\frac{s_\alpha}{b_2} + a_2\frac{1}{b_2}\left(1 + \frac{s_\alpha}{a_2+b_2}\right)\right] e^{-\frac{s_\alpha}{s^x}}$$

$$+ \left[\frac{s_\alpha}{b_2} + a_2\frac{1}{b_2}\left(1 + \frac{s_\alpha}{a_2}\right)\right] e^{-\frac{s_\alpha}{s^x-2a^x}} \Bigg\}$$

$$= \frac{1}{2} y_0^0 \Bigg\{ e^{-\frac{s_\alpha}{s^x+2a^x}} \left[\frac{s_\alpha}{2a^x} + \frac{s^x+2a^x}{2a^x}\left(1 + \frac{s_\alpha}{s^x+2a^x}\right)\right]$$

$$+ e^{-\frac{s_\alpha}{s^x-2a^x}} \left[\frac{s_\alpha}{2a^x} + \frac{s^x-2a^x}{2a^x}\left(1 + \frac{s_\alpha}{s^x-2a^x}\right)\right]$$

$$- e^{-\frac{s_\alpha}{s^x}} \left[\frac{s_\alpha}{a^x} + \frac{s^x+2a^x}{2a^x}\left(1 + \frac{s_\alpha}{s^x}\right) + \frac{s^x-2a^x}{2a^x}\left(1 + \frac{s_\alpha}{s^x}\right)\right] - \left[\frac{s_\alpha}{a^x} + \frac{s_\alpha}{a^x}\left(1 + \frac{s_\alpha}{a^x}\right)\right]$$

l 1 2 3 4 5 6

$E_l = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 I} l(l+1)$ $l(l+1)$ 2 6 12 20 30 42 $g = (2l+1)$ 3 5 7

$I = m\frac{d^2}{2} = \frac{1,08}{6,06} 10^{23} \frac{9}{32} 10^{-16}$ $(d = 9,75 Å)$ $I = \frac{108 \cdot 9}{6,06 \cdot 32} 10^{-41} = 5 \cdot 10^{-41}$ $\frac{27 \cdot 3}{2,02 \cdot 8}$ $16,16$ $= 4,67 \cdot 10^{-41}$

$\frac{E_l}{kT} = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 I k} \frac{l(l+1)}{T} = 185 \frac{l(l+1)}{T}$

$\frac{\hbar^2}{8\pi^2 I k} = \frac{6,545^2 \cdot 10^{-54}}{24 \cdot 3,14^2 \cdot 4,67 \cdot 10^{-41} \cdot 1,372 \cdot 10^{-16}} = \left(\frac{6,545}{6,283}\right)^2 \frac{10^{-4}}{24,67 \cdot 1,372} 100 = 1,081 \cdot 2,744 \cdot 100 = 185$

$T = 3 \cdot 85 = 255$

$\frac{E_l}{kT} = \frac{l(l+1)}{3}$ Z_{para} (gerade): $e^{-0} + 5e^{-2} = 5 \cdot 0,1353 = 0,6765$ / $9 \cdot e^{-6,64} \approx 0,01$

Z_{ortho} (ungerade): $3e^{-0,667} = 3 \cdot 0,5135 = 1,540$, $7 \cdot e^{-4} = 7 \cdot 0,01832 = 0,12824$, $11 \cdot e^{-10}$ $\times 3$

$T = 85$, $\frac{E_l}{kT} = l(l+1)$; Z_{para}: $5 \cdot e^{-6} = 5 \cdot 0,00248 = 0,0124$ Z_{ortho}: $7e^{-12} = \frac{7}{16} 10^{-4}$, $3e^{-2} = 3 \cdot 0,135 = 0,406$ $\times 3$

$T = 2 \cdot 85$, $\frac{E_l}{kT} = \frac{l(l+1)}{2}$ Z_{para}: $5e^{-3} = 5 \cdot 0,0498 = 0,25$, $9e^{-10} \approx 4 \cdot 10^{-4}$

Z_{ortho}: $3e^{-1} = 3 \cdot 0,368 = 1,104$, $7e^{-6} = 7 \cdot 0,00248 = 0,017$ $\times 3$

$T = 3 \cdot 85$ $\frac{E_l}{kT} = \frac{l(l+1)}{3}$ Z_{para} $5e^{-2} = 0,6765$, $9e^{-6,67} = 0,01$

Z_{ortho}: $3e^{-0,667} = 1,54$, $7e^{-4} = 0,128$ $\times 3$

$T = 4 \cdot 85$ $\frac{E_l}{kT} = \frac{l(l+1)}{4}$ Z_{para}: $5e^{-15} = 5 \cdot 0,224 = 1,12$ / $9e^{-5} = 9 \cdot 0,0067 = 0,061$

Z_{ortho}: $3e^{-15} = 3 \cdot 0,0067 = 1,82$, $7e^{-3} = 7 \cdot 0,049 = 0,35$, $11e^{-15} = 11 \cdot 0,0055 = 0,06$ $\times$

$\frac{Z_{para}}{Z_{ortho}} = \frac{1 + 0,0124}{0,406 \cdot 3}$ ~~$e^{-6} e^{-4}$~~

$1 + 5e^{-6}$

$T = 21,1°$ $\frac{Z_{ortho}}{Z_{para}} = \frac{3 \cdot 3e^{-8}}{1} \approx 3 \cdot 10^{-3}$

11. IV. 1934

Gewöhnlicher H_2. Zimmertemp.

HWB gemessen 5,3 $\frac{mm}{100}$

Schwächung 0,65, eff HWB 4,6

Isotoper H_2, Zimmertemperatur

Schwächung

0,845; 0,873, 0,857 0,84 bester Wert

Ofenspalt gekühlt:

Schwächung $0,68_6$ (698) (674) · 1

---

13. IV. 34. Halbwertsbreite wie oben

gewöhnlicher Wasserstoff,

Zimmertemperatur

Schwächung $0,65_3$ (657) (650) effekt. HWB 4,6

~~flüssige Luft~~, Ofenspalt gekühlt

Schwächung 0,47 effekt HWB 5,2

Isotoper Wasserstoff

Ofenspalt gekühlt; Schwächung 0,69 (682) (0,695)

Stahl breiter, HWB gemessen 8,4

Schwächung 0,84 (0,836) (0,841)

Stahl noch breiter, H.W.B. 14,8

Schwächung 0,94.

18. IV. 34

Halbwertsbreite gemessen 7,3 bis 7,4

(Lewis isotoper Wasserstoff)

Ofenspalt gekühlt,

Schwächung 0,80

Strahl breiter.

HWB gemessen 11,5

Schwächung 0,90 bis 0,89

gewöhnlicher H_2

Schwächung 0,61, HWB effektiv ca 11,5

---

20. IV. 34 (Taylor isotoper Wasserstoff)

Ofenspalt Zimmertemp.

HWB gemessen 6,6

Schwächung gewöhnlicher H_2,

Zimmertemperatur, 0,735

effekt. HWB. 6,3

Schwächung

Isotoper H_2, Zimmertemp: 0,925

Ofenspalt gekühlt

Schwächung 0,76

---

23. März 1934 (Taylor isotoper Wasserstoff.) HWB gem 10,3

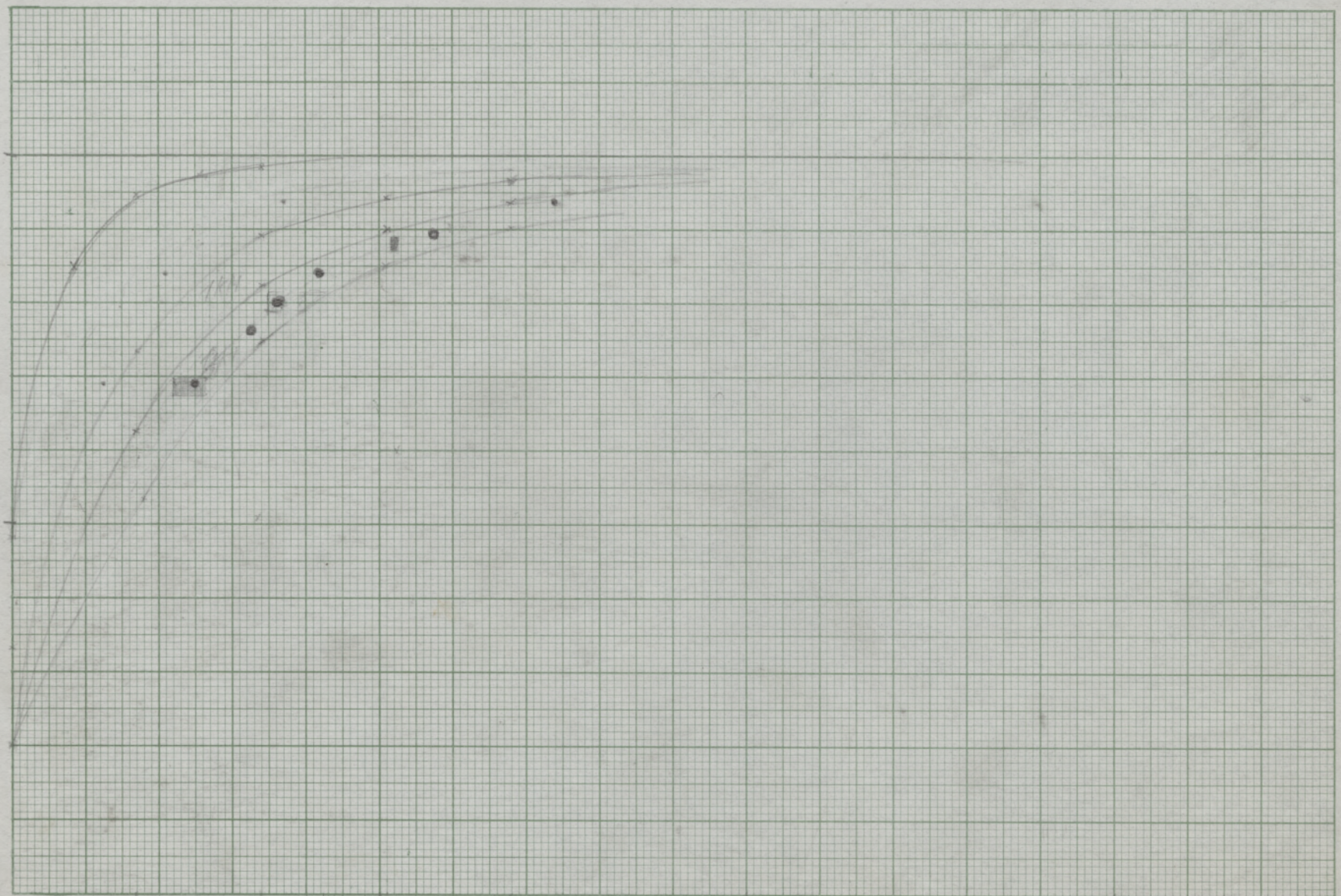
Ofenspalt gekühlt,

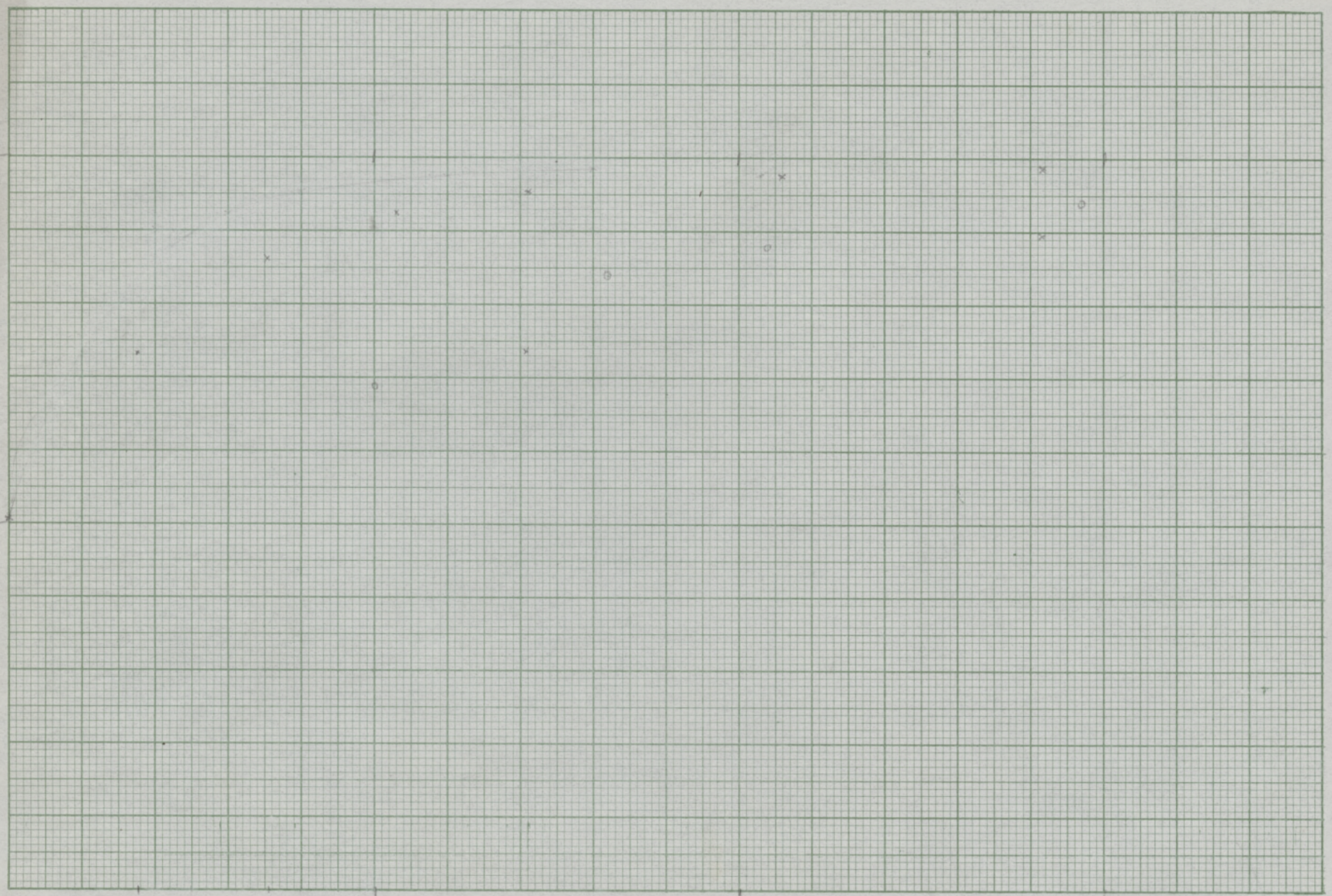
gewöhnlicher H_2. Schwächung 0,58 (9) HWB eff 10,2

Isotoper Wasserstoff.

Schwächung 0,885 (860) (913)

CARNEGIE INSTITUTE OF TECHNOLOGY
PITTSBURGH





2a

CARNEGIE INSTITUTE OF TECHNOLOGY
PITTSBURGH

$\Delta\alpha_1 = 3,54$

$\frac{1}{2}\Delta\alpha_0 = 1,77$

$\Delta\alpha_0 = 3,54$

$\frac{3}{2}\Delta\alpha_0 = 5,31$

$2\Delta\alpha_0 = 7,08$

$3\Delta\alpha_0 = 10,62$

$4\Delta\alpha_0 = 14,16$

$5\Delta\alpha = 17,7$

3)

Rieux Orto H_2

$\frac{\varepsilon_l}{kT} = \frac{84,6\, l(l+1)}{T}$ | $l = 1, 3, 5$ | $l(l+1) = 2, 12, 30$ | $g = 2l+1 = 3, 21, 48$

$T = 84,6$ $\frac{\varepsilon_l}{kT} = l(l+1)$ $Z = g_l e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}}$

$\varepsilon_1 = 0,58$ $Z_1 = 9e^{-2} = 9 \cdot 0,135 = 1,218$ $w_1 = 1$

$\varepsilon_3 = 3,48$ $Z_3 = 21 \cdot e^{-12} = 21 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 0,000$ $w_3 = 0$

$\varepsilon_5 = 8,7$ $Z_5 = 33 e^{-0,58} = 9 \cdot 0,560 = 5,040$ $w_5 = 0,885$

$T = 292$ $\frac{\varepsilon_l}{kT} = 0,29\, l(l+1)$ $Z_3 = 21 \cdot e^{-3,48} = 21 \cdot 0,0308 = 0,647$ $w_3 = 0,113$

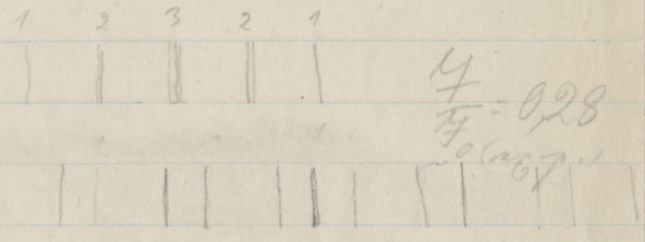
$Z_5 = 48 e^{-8,7} = 48 \cdot 1,67 \cdot 10^{-4} = 0,008$ $w_5 = \frac{0,008}{5,695} = \frac{0,001}{1,000}$

$\delta\alpha_0 = \frac{360}{T}$ $T = 80$ $\delta\alpha_0 = 4,5$

Rotat. mount 1,5 dimens Postrem mat Do

mist mojlej sail $\frac{4}{4_0}$ dan minder $\frac{1}{3}$

Kobord mount 1,5 dimens 2 Postrem Do dan



$\frac{4}{4_0} = 0,28$

$a = 3$

$\delta\alpha_1 = \frac{1}{2} 4,5$ $\frac{\delta\alpha_1}{a} = 0,75$ $\frac{\delta\alpha_2}{a} = 2,25$ $\frac{\delta\alpha_3}{a} = 3,0$ $\frac{\delta\alpha_4}{a} = 5,25$

$\frac{4}{4_0} = \frac{2}{9}\left[0,5 + \left(1+\frac{\delta\alpha_1}{a}\right)e^{-\frac{\delta\alpha_1}{a}} + \left(1+\frac{\delta\alpha_2}{a}\right)e^{-\frac{\delta\alpha_2}{a}} + \left(1+\frac{\delta\alpha_3}{a}\right)e^{-\frac{\delta\alpha_3}{a}} + \left(1+\frac{\delta\alpha_4}{a}\right)e^{-\frac{\delta\alpha_4}{a}}\right]$

$\frac{4}{4_0} = \frac{2}{9}\left[0,5 + 1,75\, e^{-0,75} + 3,25\, e^{-2,25} + 4\, e^{-3} + 6,25\, e^{-5,25}\right)$ $\begin{matrix} 0,500 \\ 0,828 \\ 0,343 \\ 0,200 \\ 0,033 \\ \hline 1,904 \end{matrix}$ $3,806:9$ $0,423$

(0,4724 · 0,1053 · 0,050 · 0,00525)

2 Postrem 2,5 dimensya.

$\frac{\delta\alpha_1}{a} = \frac{4,5}{3} = 1,5$ $\frac{\delta\alpha_2}{a} = 2,25$ $\frac{\delta\alpha_3}{a} = 3,75$ $\frac{\delta\alpha_4}{a} = 6,0$

$\frac{4}{4_0} = \frac{2}{9}\left[0,5 + 2,5\, e^{-1,5} + 3,25\, e^{-2,25} + 4,75\, e^{-3,75} + 4\, e^{-6}\right]$ $\begin{matrix} 0,500 \\ +0,558 \\ 0,343 \\ 0,112 \\ 0,018 \\ \hline 1,531 \end{matrix}$ $3,062:9$ $0,34$

(0,2231 · 0,1055 · 0,0236 · 0,0025)

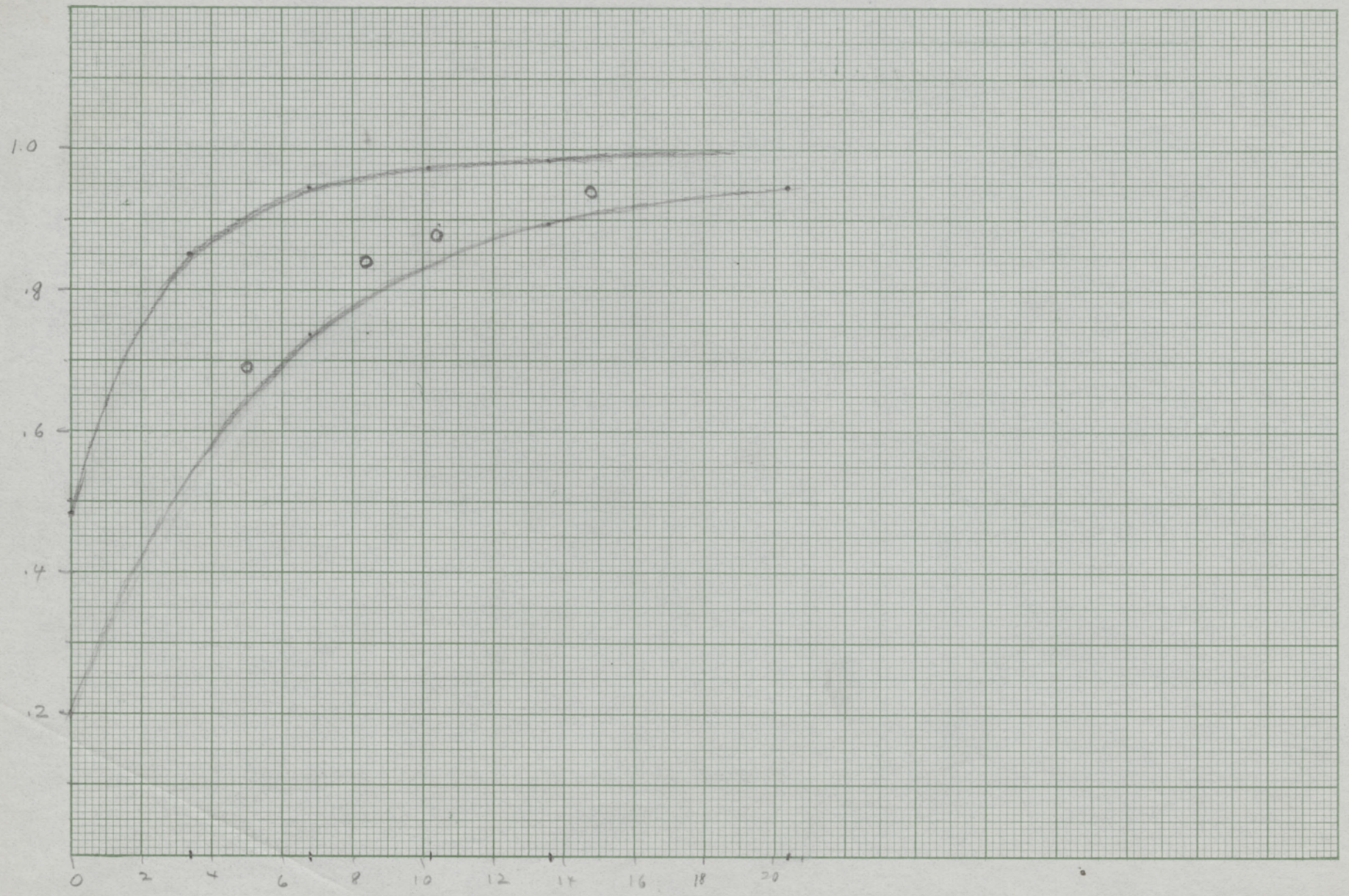
2 Postrem 3 dimensya

$\frac{\delta\alpha_1}{a} = \frac{3}{2}\frac{4,5}{3} = 2,25$ $\frac{\delta\alpha_2}{a} = 4,5$ $\frac{\delta\alpha_3}{a} = 6,75$

$\frac{4}{4_0} = \frac{2}{9}\left[0,5 + 2 \cdot 3,25\, e^{-2,25} + 5,5\, e^{-4,5} + 7,75\, e^{-6,75}\right]$ $\begin{matrix} 0,500 \\ 0,686 \\ 0,061 \\ 0,009 \\ \hline 1,256 \end{matrix}$ $2,512:9$ $0,28$

(0,1054 · 0,0111 · 0,0011)

CARNEGIE INSTITUTE OF TECHNOLOGY
PITTSBURGH



$\theta_{вращ.}\ H_2\ (H^1H^1): \frac{h^2}{8\pi^2 J k} = 84{,}6 \quad \left(J = 4{,}67\cdot10^{-41},\ \frac{6{,}545^2\cdot10^{-54}}{8\cdot3{,}14^2\cdot4{,}67\cdot10^{-41}\cdot1{,}34_2\cdot10^{-16}} = 84{,}6\right)$

$\theta_{вращ.}\ H_2(H^2H^2): \frac{h^2}{8\pi^2 J k} = 42{,}3$

$$\frac{\varepsilon_l}{kT} = \frac{42{,}3\ l(l+1)}{T},\quad w_i = \frac{z_i}{\sum z_i},\quad z_i = g_i e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}}$$

$\underline{\underline{T = 100}}$

$\underline{l=1}$, $l(l+1)=2$, $\frac{\varepsilon_l}{kT} = \frac{42{,}3\cdot2}{100} = 0{,}846$, $e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} = 0{,}429$

$\underline{l=2}$ $l(l+1)=6$, $\frac{\varepsilon_l}{kT} = \frac{42{,}3\cdot6}{100} = 2{,}538$, $e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} = 0{,}0791$

$\underline{l=3}$ $l(l+1)=12$, $\frac{\varepsilon_l}{kT} = \frac{42{,}3\cdot12}{100} = 5{,}076$, $e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} = 0{,}00625$

$\underline{l=4}$ $l(l+1)=20$, $\frac{\varepsilon_l}{kT} = \frac{42{,}3\cdot20}{100} = 8{,}46$ $e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} = 0{,}000212$

$\underline{l=5}$ $l(l+1)=30$, $\frac{\varepsilon_l}{kT} = \frac{42{,}3\cdot30}{100} = 12{,}7$ $e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} = 0{,}0000031$

$J = 2\frac{h}{2\pi}$ (ungerade l)

$g = \frac{5}{9}(2l+1)$, $z_1 = \frac{5}{9}\cdot3\,e^{-\frac{\varepsilon_1}{kT}} = \frac{5}{9}\cdot3\cdot0{,}429 = \frac{5}{9}\cdot1{,}287$ $w_1 = \frac{1{,}284}{1{,}331} = 0{,}964$ 97%

$z_3 = \frac{5}{9}\cdot7\cdot e^{-\frac{\varepsilon_3}{kT}} = \frac{5}{9}\cdot7\cdot0{,}006\,2_5 = \frac{5}{9}\cdot0{,}043\,7_5$ $w_3 = \frac{0{,}043_7}{1{,}331} = 0{,}033$ 3%

$z_5 = \frac{5}{9}\cdot11\cdot e^{-\frac{\varepsilon_5}{kT}} = \frac{5}{9}\cdot11\cdot0{,}000003_1 = \frac{5}{9}\cdot0{,}000\,03_4$

$\sum z_i = \frac{5}{9}\,1{,}330_8$

$J = 0\frac{h}{2\pi}$ (gerade l)

$g = \frac{1}{9}(2l+1)$ $z_0 = \frac{1}{9}\cdot1\cdot e^{-0} = \frac{1}{9}\cdot1{,}1 = \frac{1}{9}\cdot1{,}000$ $w_0 = \frac{1{,}000}{1{,}398} = 0{,}715$ 71,5%

$z_2 = \frac{1}{9}\cdot5\cdot e^{-\frac{\varepsilon_2}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot5\cdot0{,}079_1 = \frac{1}{9}\cdot0{,}396$ $w_2 = \frac{0{,}396}{1{,}398} = 0{,}284$ 28,4%

$z_4 = \frac{1}{9}\cdot9\cdot e^{-\frac{\varepsilon_4}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot9\cdot0{,}000\,21_2 = \frac{1}{9}\,0{,}001_9$ $w_4 = \frac{0{,}001_9}{1{,}4} = 0{,}001$ 0,1%

$\sum z_i = \frac{1}{9}\cdot1{,}398$

2)

$Z = 1\,k\,\frac{2\pi}{h}\,(l_{\text{gerade}}^{g=2} + l_{\text{ungerade}}^{g=1})$

$g = \frac{2}{9}(2l+1)$ gerade
$\frac{1}{9}(2l+1)$ ungerade

$Z_0 = \frac{2}{9}\cdot 1\cdot e^{0} = \frac{2}{9}\cdot 1\cdot 1{,}0000 = \frac{2}{9}\cdot 1{,}000$ (2,000)

$Z_1 = \frac{1}{9}\,3\,e^{-\frac{E_1}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot 3\cdot 0{,}429 = \frac{1}{9}\cdot 1{,}287$

$Z_2 = \frac{2}{9}\cdot 5\,e^{-\frac{E_2}{kT}} = \frac{2}{9}\,5\cdot 0{,}079_1 = \frac{2}{9}\,0{,}396$ (0,792)

$Z_3 = \frac{1}{9}\cdot 7\,e^{-\frac{E_3}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot 7\cdot 0{,}006_2 = \frac{1}{9}\,0{,}044$

$Z_4 = \frac{2}{9}\cdot 9\,e^{-\frac{E_4}{kT}} = \frac{2}{9}\cdot 9\cdot 0{,}000\,21_2 = \frac{2}{9}\,0{,}002$ (0,004)

$Z_5 = \frac{1}{9}\cdot 11\,e^{-\frac{E_5}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot 11\cdot 0{,}000\,003 = \frac{1}{9}\,0{,}000$

$\sum Z_i = \frac{1}{9}\cdot 4{,}127$

$w_0 = \frac{2{,}000}{4{,}127} = 0{,}485$ 48,5%

$w_1 = \frac{1{,}284}{4{,}127} = 0{,}312$ 31,2%

$w_2 = \frac{0{,}792}{4{,}127} = 0{,}192$ 19,2%

$w_3 = \frac{0{,}044}{4{,}127} = 0{,}011$ 1,1%

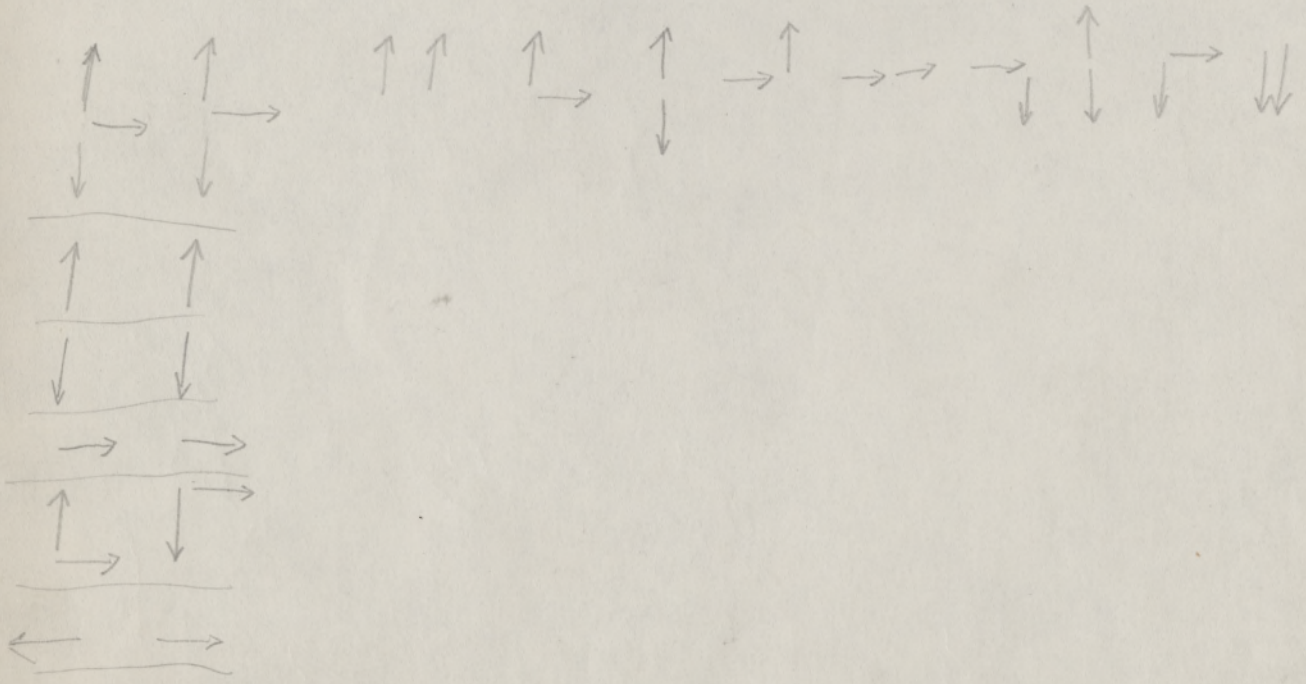
$w_4 = \frac{0{,}004}{4{,}127} = 0{,}001$ 0,1%

Rechnung: $\frac{1}{9}(0{,}323 + 0{,}005 + 0{,}715 + 0{,}057 + 0{,}485 + 0{,}104 + 0{,}038 + 0{,}002) = \frac{1{,}729}{9} = 0{,}192$

(1,043; 0,542; 0,686; 0,144)

$0{,}328 \quad 0{,}772 \quad 0{,}629$

$0{,}33 + 0{,}77 + 0{,}63 = \frac{1{,}73}{9} = 0{,}192$



$s_{\alpha_0}(1\,KM) = 3{,}38_3 \frac{mm}{100}(90°\ abl.)$

Rotat. moment $\frac{1}{2}$ K.M. pro $\frac{h}{2\pi}$

I) Druck $\perp$ in negat. Moment, $M_d = 0$

1) $y = 2\frac{h}{2\pi}$, $l=1: 94\%$, $l=3: 3\%$, vereinfacht $l=1: 100\%$

d.f. $5 \cdot 3 = 15$ Verf., $M_d = 0$, $M_r = \frac{1}{2}$ K.M. gibt 3 Verf., je $\frac{1}{3}$ mit $\mu = 0$, $\mu = \pm\frac{1}{2}$

2) $y = 1\frac{h}{2\pi}$, $l=0: 48{,}5\%$, $l=1: 31{,}2\%$, $l=2: 19{,}2\%$, $l=3: 1{,}1\%$, $l=4: 0{,}1\%$

vereinfacht zu $l=0: 50\%$, $l=1: 30\%$, $l=2: 20\%$

Σ. $M_d = 0$, $M_r = \frac{1}{2}KM$, $2\cdot\frac{1}{2}KM$.

Vollstrich $50\% + \frac{1}{3}30\% + \frac{1}{5}20\% = 64\%$
Verf mit $\frac{1}{2}$ KM: $\frac{2}{3}30\% + \frac{2}{5}20\% = 28\%$
" " 1 KM: $\frac{2}{5}20\% = 8\%$
100%

3) $y = 0\frac{h}{2\pi}$, $l=0: 41{,}5\%$, $l=2: 28{,}4\%$, $l=4: 0{,}1\%$ vereinfacht zu $l=0: 70\%$, $l=2: 30\%$

$M_d = 0$, $M_r = \frac{1}{2}KM$, $2\cdot\frac{1}{2}KM$ Vollstrich $70\% + \frac{1}{5}30\% = 76\%$
Verf mit $\frac{1}{2}$ KM: $\frac{2}{5}30\% = 12\%$
" " 1 KM: $\frac{2}{5}30\% = 12\%$

Vollstrich: $\frac{5}{9}\frac{1}{3} + \frac{3}{9}0{,}64 + \frac{1}{9}0{,}76 = \frac{1}{9}(1{,}67 + 1{,}92 + 0{,}76) = \frac{4{,}35}{9} = 0{,}48_3$ 0,48

Verf mit $\frac{1}{2}$ KM: $\frac{5}{9}\frac{2}{3} + \frac{3}{9}0{,}28 + \frac{1}{9}0{,}12 = \frac{1}{9}(3{,}33_3 + 0{,}84 + 0{,}12) = \frac{4{,}29_3}{9} = 0{,}47_7$ 0,48

" " 1 KM: $\frac{3}{9}0{,}08 + \frac{1}{9}0{,}12 = \frac{1}{9}(0{,}24 + 0{,}12) = \frac{0{,}36}{9} = 0{,}04$ 0,04

1,00

$\frac{1}{2}$ KM: $s_\alpha = \frac{1}{2}s_{\alpha_0}$, 1 KM: $s_\alpha = s_{\alpha_0}$

$a = s_{\alpha_0}$, $\frac{y_{x=0}}{y_0} = 0{,}48_3 + 0{,}47_7 \underset{0{,}910}{F(\tfrac{1}{2})} + 0{,}04 \underset{0{,}736}{F(1)} = 1{,}000 - 0{,}47_7 \cdot 0{,}090 - 0{,}04 \cdot 0{,}264 = \underset{-0{,}011}{\overset{1{,}000}{-0{,}043}} = 0{,}946$

$a = 2s_{\alpha_0}$ $\frac{y_{x=0}}{y_0} = 0{,}48_3 + 0{,}47_7 \underset{0{,}943}{F(\tfrac{1}{4})} + 0{,}04 \underset{0{,}0910}{F(\tfrac{1}{2})} = 1{,}000 - 0{,}47_7 \cdot 0{,}027 - 0{,}04 \cdot 0{,}090 = \underset{0{,}004}{\overset{1{,}000}{-0{,}013}} = 0{,}983$

$a = \frac{1}{2}s_{\alpha_0}$ $\frac{y_{x=0}}{y_0} = 0{,}483 + 0{,}47_7 \underset{0{,}736}{F(1)} + 0{,}04 \underset{0{,}406}{F(2)} = 1{,}000 - 0{,}47_7 \cdot 0{,}264 - 0{,}04 \cdot 0{,}594 = \underset{-0{,}024}{\overset{1{,}000}{-0{,}126}} = 0{,}850$

$a = 1\frac{1}{2}s_{\alpha_0}$ $0{,}483 + 0{,}47_7 \underset{0{,}736}{F(\tfrac{1}{3})} + 0{,}04 \underset{0{,}406}{F(\tfrac{2}{3})} = 1{,}000 - 0{,}47_7 \cdot 0{,}045 - 0{,}04 \cdot 0{,}144 = \underset{-0{,}0055}{\overset{1{,}000}{-0{,}021_5}}$

$2a = s_{\alpha_0}$: 15%, $2a = 2s_{\alpha_0}$: 5,4%, $2a = 4s_{\alpha_0}$: 1,7%, $2a = 3s_{\alpha_0}$: 2,7% Verf.

II Drücke 1 KM, $\kappa_D = 2$ KM

1) $\gamma = 2\frac{h}{2\pi}$, $l = 1 : 100\%$, $s_D = 2s_{\alpha_0}, s_{\alpha_0}, 0, -s_{\alpha_0}, -2s_{\alpha_0}$, $s_R = \frac{1}{2}s_{\alpha_0}, 0, -\frac{1}{2}s_{\alpha_0}$

Ablenkg. im s_{α_0}: $2\frac{1}{2}$ 2 $1\frac{1}{2}$ zus. $\frac{5}{9}\gamma_0$ 1:27 = 0,03704

$1\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ 0,31 / 140 / 189 / 100

$s_\alpha = 0$	1	Alle 15 Werte
$s_\alpha = \frac{1}{2}$	4	zus. fehlen $\frac{5}{9}\gamma_0$, mlt.
$s_\alpha = 1$	2	fehlen $\frac{1}{15}\frac{5}{9} = \frac{1}{27}\gamma_0$
$s_\alpha = 1\frac{1}{2}$	4	
$s_\alpha = 2$	2	
$s_\alpha = 2\frac{1}{2}$	2	
	15	

$\frac{1}{2}$ 0 $-\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}$ 1 $1\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2}$ 2 $2\frac{1}{2}$

2) $\gamma = 1\frac{h}{2\pi}$, $l = 0 : 50\%$, $l = 1 : 30\%$, $l = 2 : 20\%$, $s_D = s_{\alpha_0}, 0, -s_{\alpha_0}$

$s_T = s_{\alpha_0}, \frac{1}{2}s_{\alpha_0}, 0, -\frac{1}{2}s_{\alpha_0}, -s_{\alpha_0}$

$l = 0$, 1 0 −1 zus. $\frac{0,5}{3}\gamma_0$ $l = 2$ 2 $1\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ 0 zus. $\frac{0,2}{3}\gamma_0$

$l = 1$, $1\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ zus. $\frac{0,3}{3}\gamma_0$ 1 $\frac{1}{2}$ 0 $-\frac{1}{2}$ −1

9 Wr. $\frac{1}{2}$ 0 $-\frac{1}{2}$ 15 Wr. 0 $-\frac{1}{2}$ −1 $-1\frac{1}{2}$ −2

$-\frac{1}{2}$ −1 $-1\frac{1}{2}$

$s_\alpha = 0$: $\frac{0,5}{3}\frac{1}{3} + \frac{0,3}{3}\frac{1}{9} + \frac{0,2}{3}\frac{1}{5} = \frac{0,6}{9} + \frac{0,04}{3} = \frac{0,2}{3} + \frac{0,04}{3} = \frac{0,24}{3} = \frac{2,16}{27}\gamma_0 = 0,08\gamma_0$

$s_\alpha = \frac{1}{2}$: $\frac{0,3}{3}\frac{4}{9} + \frac{0,2}{3}\frac{4}{15} = \frac{0,4}{9} + \frac{0,16}{9} = \frac{0,56}{9} = \frac{1,68}{27}\gamma_0 = 0,062_2\gamma_0$

$s_\alpha = 1$: $\frac{0,5}{3}\frac{2}{3} + \frac{0,3}{3}\frac{2}{9} + \frac{0,2}{3}\frac{4}{15} = \frac{1}{9} + \frac{0,2}{9} + \frac{0,16}{9} = \frac{1,36}{9} = \frac{4,08}{27}\gamma_0 = 0,151_1\gamma_0$

$s_\alpha = 1\frac{1}{2}$: $\frac{0,3}{3}\frac{2}{9} + \frac{0,2}{3}\frac{2}{15} = \frac{0,2}{9} + \frac{0,08}{9} = \frac{0,28}{9} = \frac{0,84}{27}\gamma_0 = 0,031_1\gamma_0$

$s_\alpha = 2$: $\frac{0,2}{3}\frac{2}{15} = \frac{0,08}{9} = \frac{0,24}{27}\gamma_0 = 0,008_9\gamma_0$

$\frac{9}{27} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, $0,33_3\gamma_0$

3) $H = \Theta \frac{h}{2\pi}$, $l = 0$: 40%, $l = 2$: 30%, $s_p = 0$, $s_t = s_{\alpha_0}, \frac{1}{2} s_{\alpha_0}, 0, -\frac{1}{2} s_{\alpha_0}, -s_{\alpha_0}$

$l = 0$ $s_\alpha = 0 : \frac{1}{9}\, 0{,}7\, H_0$ $\quad s_\alpha = 0 : \frac{1}{9}\, 0{,}7 + \frac{1}{9}\, 0{,}06 = \frac{0{,}76}{9} = \frac{2{,}28}{27} H_0 = 0{,}084_4 H_0$

$l = 2$ $s_\alpha = 0 : \frac{1}{9}\, 0{,}3\, \frac{1}{5}\, H_0$ $\quad s_\alpha = \frac{1}{2} : \frac{1}{9}\, 0{,}12 = \frac{0{,}12}{9} = \frac{0{,}36}{27} H_0 = 0{,}013_3 H_0$

$s_\alpha = \frac{1}{2} : \frac{1}{9}\, 0{,}3\, \frac{2}{5}\, H_0$ $\quad s_\alpha = 1 :$ " " $\frac{0{,}36}{27} H_0 = 0{,}013_3 H_0$

$s_\alpha = 1 : \frac{1}{9}\, 0{,}3\, \frac{2}{5}\, H_0$

$\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$

$\frac{H_{s=0}}{H_0}$ für einmal. symm. Knoll $= \frac{1}{27}(1 + 2{,}16 + 2{,}28) = \frac{5{,}44}{27} = 0{,}201_5 H_0$

$a = s_{\alpha_0}$ $\quad \frac{H_{s=0}}{H_0} = F\left(\frac{s_\alpha}{a}\right)$

$s_\alpha = 0 : \frac{1}{27}(1 + 2{,}16 + 2{,}28) = \frac{5{,}44}{27} = 0{,}201_5 H_0$ $\quad \begin{array}{r} 0{,}03704 \\ 0{,}00800 \\ \underline{0{,}00844} \\ 20148 \end{array}$

$s_\alpha = \frac{1}{2} : \frac{1}{27}(4 + 1{,}68 + 0{,}36) = \frac{6{,}04}{27} = 0{,}223_7 H_0$ $\quad \begin{array}{r} 0{,}14816 \\ 0{,}00622 \\ \underline{0{,}01332} \\ 2237 \end{array}$

$s_\alpha = 1 : \frac{1}{27}(2 + 4{,}08 + 0{,}36) = \frac{6{,}44}{27} = 0{,}238_5 H_0$ $\quad \begin{array}{r} 0{,}07408 \\ 0{,}15111 \\ \underline{0{,}01333} \\ 2385 \end{array}$

$s_\alpha = 1\frac{1}{2} : \frac{1}{27}(4 + 0{,}84) = \frac{4{,}84}{27} = 0{,}179_3 H_0$ $\quad \begin{array}{r} 0{,}14816 \\ \underline{0{,}03111} \\ 17927 \end{array}$

$s_\alpha = 2 : \frac{1}{27}(2 + 0{,}24) = \frac{2{,}24}{27} = 0{,}0830 H_0$ $\quad \begin{array}{r} 0{,}07408 \\ \underline{0{,}00888} \\ 8297 \end{array}$

$s_\alpha = 2\frac{1}{2} : \frac{1}{27}\, 2 = \frac{2}{27} = 0{,}0741 H_0$

$\begin{array}{r} 332 \\ \hline 1{,}0001 \end{array}$

$a = b\alpha_0$

$$\frac{I_{s=0}}{I_0} = 0{,}201_5 + 0{,}2234 \cdot 0{,}910 + 0{,}2385 \cdot 0{,}736 + 0{,}1793 \cdot 0{,}558 + 0{,}0830 \cdot 0{,}406 + 0{,}0741 \cdot 0{,}287$$

$$0{,}0201 \qquad 0{,}0630 \qquad 0{,}0491 \qquad 0{,}0493 \qquad 0{,}0529$$

$$\frac{I_{s=0}}{I_0} = 1{,}000 - 0{,}2644 \qquad 26\tfrac{1}{2}\,\%\ \text{Absorption}$$

$a = 2b\alpha_0$

$$\frac{I_{s=0}}{I_0} = 1{,}000 - (0{,}2234 \cdot 0{,}027 + 0{,}2385 \cdot 0{,}090 + 0{,}1493 \cdot 0{,}173 + 0{,}0830 \cdot 0{,}264 + 0{,}0741 \cdot 0{,}355)$$

$$0{,}0060 \qquad 0{,}0215 \qquad 0{,}0310 \qquad 0{,}0219 \qquad 0{,}0264$$

$$\frac{I_{s=0}}{I_0} = 1{,}000 - 0{,}1068 \qquad 10{,}7\,\%\ \text{Absorption}$$

$a = 4b\alpha_0$

$$\frac{I_{s=0}}{I_0} = 1{,}000 - (0{,}2234 \cdot 0{,}008 + 0{,}2385 \cdot 0{,}027 + 0{,}1793 \cdot 0{,}055 + 0{,}0830 \cdot 0{,}090 + 0{,}0741 \cdot 0{,}130)$$

$$0{,}0018 \qquad 0{,}0064 \qquad 0{,}0093 \qquad 0{,}0075 \qquad 0{,}0097$$

$$= 1{,}000 - 0{,}0347 \qquad 3{,}47\,\%$$

$\mu_R = 0,\ \mu_P = 2\ KM$

1) $Y = 2\frac{h}{2\pi}$

$s_\alpha = 0 : \frac{1}{9} Y_0,\ s_\alpha = 1 : \frac{2}{9} Y_0,\ s_\alpha = 2 : \frac{2}{9} Y_0$

2) $Y = 1\frac{h}{2\pi}$,

$s_\alpha = 0 : \frac{1}{9} Y_0,\ s_\alpha = 1 : \frac{2}{9} Y_0$

3) $Y = 0\frac{h}{2\pi}$, $s_\alpha = 0 = \frac{1}{9} Y_0$

$s_\alpha = 0 : \frac{1}{3} Y_0,\ s_\alpha = 1 : \frac{4}{9} Y_0,\ s_\alpha = 2 : \frac{2}{9} Y_0$

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} F\left(\frac{s_{\alpha_0}}{a}\right) + \frac{2}{9} F\left(\frac{2 s_{\alpha_0}}{a}\right)$$

$a = s_{\alpha_0}$

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} 0{,}736 + \frac{2}{9} 0{,}406 = 1 - \frac{4 \cdot 0{,}264 + 2 \cdot 0{,}594}{9} = 1 - 0{,}25 \quad 25\%$$

(2,244; 1,056; 1,188)

$Y_{s=0} = 26{,}4\%$

$a = 2 s_{\alpha_0}$

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} 0{,}910 + \frac{2}{9} 0{,}736 = 1 - \frac{4 \cdot 0{,}090 + 2 \cdot 0{,}264}{9} = 1 - 0{,}098_7 \quad 9{,}9\%$$

(0,888; 0,360; 0,528)

$Y_{s=0} = 10{,}7\%$

$a = 4 s_{\alpha_0}$

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} 0{,}973 + \frac{2}{9} 0{,}910 = 1 - \frac{4 \cdot 0{,}027 + 2 \cdot 0{,}090}{9} = 1 - 0{,}032 \quad 3{,}2\%$$

(0,288; 0,108; 0,180)

$Y_{s=0} = 3{,}44\%$

$a = 3 s_{\alpha_0}$

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} 0{,}955 + \frac{2}{9} 0{,}856 = 1 - \frac{4 \cdot 0{,}045 + 2 \cdot 0{,}144}{9} = 1 - 0{,}052 \quad 5{,}2\%$$

(0,468; 0,180; 0,288)

$5{,}6\%$

8)

$\mu_1 = 0 \quad \mu_2 = 3KM$

$$\frac{\eta_{s=0}}{\eta_0} = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} F\left(\frac{1{,}5\, s_{\alpha_0}}{a}\right) + \frac{2}{9} F\left(\frac{3 s_{\alpha_0}}{a}\right)$$

$$= 1 - \frac{4\left[1-F\left(1{,}5\frac{s_{\alpha_0}}{a}\right)\right] + 2\left[1-F\left(3\frac{s_{\alpha_0}}{a}\right)\right]}{9}$$

$F\left(\frac{3 s_{\alpha_0}}{1{,}5 a}\right)$

$a = s_{\alpha_0}$

$$\frac{\eta_{s=0}}{\eta_0} = 1 - \frac{4\cdot 0{,}442 + 2\cdot 0{,}801}{9} = 1 - 0{,}3744$$

(1,768; 1,602; 3,370) 37½% Ersparnis

$a = 2 s_{\alpha_0}$

$$\frac{\eta_{s=0}}{\eta_0} = 1 - \frac{4\cdot 0{,}173 + 2\cdot 0{,}442}{9} = 1 - 0{,}1751$$

(0,692; 0,884; 1,576) 17,5% "

$a = 4 s_{\alpha_0}$

$$\frac{\eta_{s=0}}{\eta_0} = 1 - \frac{4\cdot 0{,}055 + 2\cdot 0{,}173}{9} = 1 - 0{,}063 \quad 6{,}3\%$$

(0,220; 0,346; 0,566)

$a = 3 s_{\alpha_0}$

$$\frac{\eta_{s=0}}{\eta_0} = 1 - \frac{4\cdot 0{,}090 + 2\cdot 0{,}264}{9} = 1 - 0{,}0987 \quad 9{,}9\%$$

(0,360; 0,528; 0,888)

$$\mu_1 = 0 \quad \mu_2 = 4\,KM$$

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = 1 - \frac{4\left[1 - F\left(2\frac{s_{\alpha_0}}{a}\right)\right] + 2\left[1 - F\left(4\frac{s_{\alpha_0}}{a}\right)\right]}{9}$$

$a = s_{\alpha_0}$ (4,192; 1,816; 2,346; 1,816)

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = 1 - \frac{4 \cdot 0,594 + 2 \cdot 0,908}{9} = 1 - 0,466$$

$a = 2 s_{\alpha_0}$ (2,244; 1,056; 1,188)

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = 1 - \frac{4 \cdot 0,264 + 2 \cdot 0,594}{9} = 1 - 0,25$$

$a = 3 s_{\alpha_0}$ (0,576; 1,344; 0,468)

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = 1 - \frac{4 \cdot 0,144 + 2 \cdot 0,384}{9} = 1 - 0,15$$

$a = 4 s_{\alpha_0}$ (0,288; 0,528; 0,360; 0,528)

$$\frac{Y_{s=0}}{Y_0} = 1 - \frac{4 \cdot 0,090 + 2 \cdot 0,264}{9} = 1 - 0,098$$

$2a = 4,5$ mm / 100
$2 s_{\alpha_0} = 6,8$ "

$$\frac{s_{\alpha_0}}{a} = \frac{6,8}{4,5} = 1,5$$

$\frac{6,8}{8,5}$

$2a = 2,5\ s_{\alpha_0} = 2,5 \cdot 3,4 \frac{mm}{100} = 8,5 \frac{mm}{100}$, $\frac{s_{\alpha_0}}{a} = \frac{2}{2,5} = \frac{4}{5}$

H^1H^1 | | |

$\frac{y_{s=0}}{y_0} = \frac{2}{4} + \frac{2F(5\frac{s_{\alpha_0}}{a})}{4} = 1 - \frac{1}{2}\left[1 - F(4)\right] = 1 - 0,454 = 0,546$ (0,908)

H^2H^2 | | | | | | |

$\frac{y_{s=0}}{y_0} = \frac{3}{9} + \frac{4F(1,5\frac{s_{\alpha_0}}{a})}{9} + \frac{2F(2\cdot 1,5\frac{s_{\alpha_0}}{a})}{9}$ *)

$= 1 - \frac{1}{9}\{4[1 - F(1,2)] + 2[1 - F(2,4)]\}$ (0,692 · 2)

0,337 · 4
1,348
1,384
2,732 : 9
0,304

H^1H^2 | | | | | | | (3, 1, -1, -3; 2, -2)

$\frac{y_{s=0}}{y_0} = \frac{1}{3}\left[F(\frac{s_{\alpha_0}}{a}) + F(2\frac{s_{\alpha_0}}{a}) + F(3\frac{s_{\alpha_0}}{a})\right]$ (1,6; 2,4)

0,8
0,809
0,525
0,308
1,642 : 3 = 0,547

*) $\frac{y_{s=0}}{y_0} = 1 - \frac{1}{9}\{4[1 - F(0,4)] + 2[1 - F(0,8)]\}$ (0,191 · 2)

0,061 · 4
0,244
0,382
0,626 : 9 = 0,07

$1 - F(0,8)$ $1 - F(1,6)$ (0,475 · 2)

0,191 · 4
0,764
0,950
1,714 : 9 = 0,19

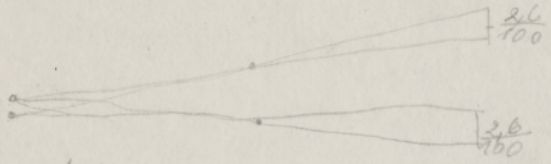
$2a = 4,5 \frac{mm}{100}$
$2s_{\alpha_0} = 6,75$ " $\frac{s_{\alpha_0}}{a} = 1,5$

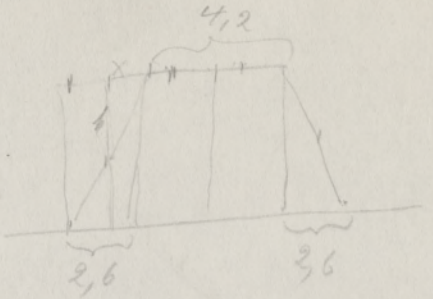
$$H^1H^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} F(7,5) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} 0,005 = 0,503$$

$$H^1H^2 = \frac{1}{3}\left[F(1,5) + F(3) + F(4,5)\right]$$

0558
0199
0061
0,818 = 0,273

0,37 − 0,137
26 +0,126
0,11 + 0,263

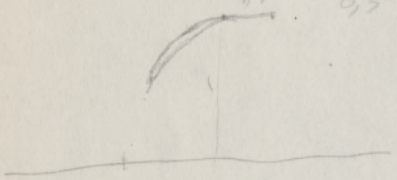




4,2
- 2,9

5,2
1,3
6,5

2,1
2,6
2,9
4,6



$3 \cdot \frac{1}{3} = 1$

$\frac{x}{h} = \frac{2,6}{\frac{1}{3}} = 7,8 \cdot h = \frac{x}{7,8}$

$\frac{h\,x}{2} = \frac{x^2}{15,6}$

$1 - \frac{x^2}{15,6}$

$1 - \frac{2,6^2}{6 \cdot 2,6} = 1 - \frac{2,6}{6} = 1 - 0,433$

10,3

4,4

gew H_2 ist H_2

0,59 0,88
0,54 0,89

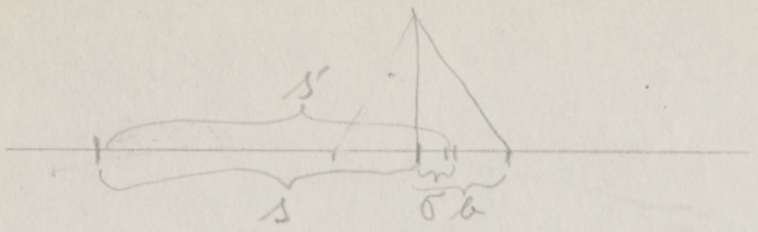
Sp. v. H 10,5
" " 10,3

0,55 0,80

Sp. v. H 8,6 0,79 0,815
" " 6,9 1,2 KM
1,6 KM

13. IV . $\gamma_{gen.}$ H_2 :

1)



$y_0 = y_0^\circ\left(1-\frac{\sigma}{b}\right)$, $s' = s+\sigma$, $dy = \frac{1}{2} y_0\, d\sigma\, e^{-\frac{s_\alpha}{s'}} \frac{s_\alpha^2}{s'^2}$, $ds' = d\sigma$

$x = \frac{s_\alpha}{s'}$, $dx = -\frac{s_\alpha}{s'^2} ds'$; $\frac{s_\alpha^2}{s'^3} ds' = -x\, dx$, $dy = +\frac{1}{2} y_0 e^{-x} x\, dx$

$y_0 = y_0^\circ\left(1-\frac{\sigma}{b}\right)$, $\sigma = s'-s = \frac{s_\alpha}{x} - s$, $y = y_0^\circ\left(1-\frac{s_\alpha}{xb}+\frac{s}{b}\right) = y_0^\circ\left(1+\frac{s}{b}\right) - y_0^\circ \frac{s_\alpha}{b}\frac{1}{x}$

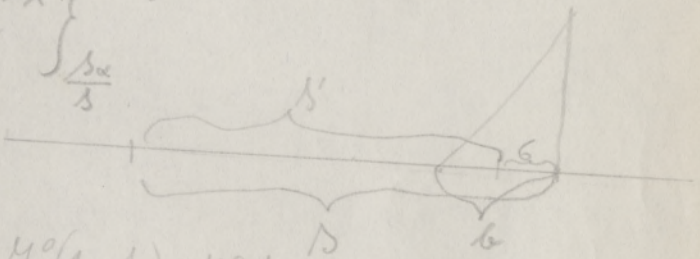
$$y = \frac{1}{2} y_0^\circ \left[\int_{\frac{s_\alpha}{s+b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} \left(1+\frac{s}{b}\right) e^{-x} x\, dx - \int_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s+b}} \frac{s_\alpha}{b} e^{-x} dx\right]$$

$\sigma = 0$, $x = \frac{s_\alpha}{s'} = \frac{s_\alpha}{s}$

$\sigma = b$ $x = \frac{s_\alpha}{s'} = \frac{s_\alpha}{s+b}$

$$y_s = \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{\left(1+\frac{s}{b}\right)\left[(1+x)e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s+b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} - \frac{s_\alpha}{b} e^{-x}\Big|_{\frac{s_\alpha}{s+b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}\right\}$$

$$= \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{\left(1+\frac{s}{b}\right)(1+x)e^{-x} - \frac{s_\alpha}{b} e^{-x}\right\}_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s+b}}$$



$y_0 = y_0^\circ\left(1-\frac{\sigma}{b}\right)$, $s' = s-\sigma$, $x = \frac{s_\alpha}{s'}$

$\sigma = s - s' = s - \frac{s_\alpha}{x}$, $y_0 = y_0^\circ\left(1-\frac{s}{b}+\frac{s_\alpha}{xb}\right) = y_0^\circ\left(1-\frac{s}{b}\right) + y_0^\circ \frac{s_\alpha}{b}\frac{1}{x}$

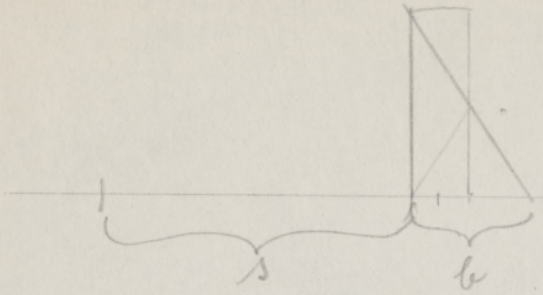
$$y_s = \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{\left(1-\frac{s}{b}\right)(1+x)e^{-x} + \frac{s_\alpha}{b} e^{-x}\right\}_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$y = \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-\frac{s_\alpha}{s+2a}}\left[\left(1+\frac{s}{2a}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s+2a}\right) - \frac{s_\alpha}{2a}\right] - e^{-\frac{s_\alpha}{2a}}\left[\left(1+\frac{s}{2a}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) - \frac{s_\alpha}{2a}\right]\right.$$

$$\left. - e^{-\frac{s_\alpha}{s-2a}}\left[\left(1-\frac{s}{2a}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s-2a}\right) + \frac{s_\alpha}{2a}\right] + e^{-\frac{s_\alpha}{2a}}\left[1-\frac{s}{2a}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) + \frac{s_\alpha}{2a}\right] - \frac{s}{a} e^{-\frac{s_\alpha}{2a}}\right\}$$

$1 + \frac{s}{2a} + \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha}{2a} - \frac{s_\alpha}{2a}$

$1 - \frac{s}{2a} + \frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha}{2a} + \frac{s_\alpha}{2a}$



$s' = s + \frac{b}{4}$ $\quad \frac{s_\alpha}{s}$ 2')

$$y_s = \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-x} \left[\left(1 + \frac{s}{b}\right)(1+x) - \frac{s_\alpha}{b} \right] \right\}_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s+b}}$$

$$y_s = \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-x}[1+x] \right\}_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}} + \frac{1}{4} y_0^\circ \left\{ e^{-x} \left[\left(1 + \frac{s+\frac{b}{2}}{\frac{b}{2}}\right)(1+x) - \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] \right\}_{\frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}}^{\frac{s_\alpha}{s+b}}$$

$$- \frac{1}{4} y_0^\circ \left\{ e^{-x} \left[\left(1 - \frac{s}{\frac{b}{2}}\right)(1+x) + \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] \right\}_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}}$$

$$= \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-\frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}} \left(1 + \frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}\right) - e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \left(1 + \frac{s_\alpha}{s}\right) + \frac{1}{2} e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}} \left[\left(1 + \frac{s+\frac{b}{2}}{\frac{b}{2}}\right)\left(1 + \frac{s_\alpha}{s+b}\right) - \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] \right.$$

$$- \frac{1}{2} e^{-\frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}} \left[\left(1 + \frac{s+\frac{b}{2}}{\frac{b}{2}}\right)\left(1 - \frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}\right) - \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] - \frac{1}{2} e^{-\frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}} \left[\left(1 - \frac{s}{\frac{b}{2}}\right)\left(1 + \frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}\right) + \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right]$$

$$\left. + \frac{1}{2} e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \left[\left(1 - \frac{s}{\frac{b}{2}}\right)\left(1 + \frac{s_\alpha}{s}\right) + \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] \right\} \qquad 2 + 2\frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}$$

$$1 - \frac{s}{\frac{b}{2}} + \frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}} - \frac{s\, s_\alpha}{b\left(s+\frac{b}{2}\right)} + \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ \frac{1}{2} e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}} \left[\left(1 + \frac{s+\frac{b}{2}}{\frac{b}{2}}\right)\left(1 + \frac{s_\alpha}{s+b}\right) - \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] \right.$$

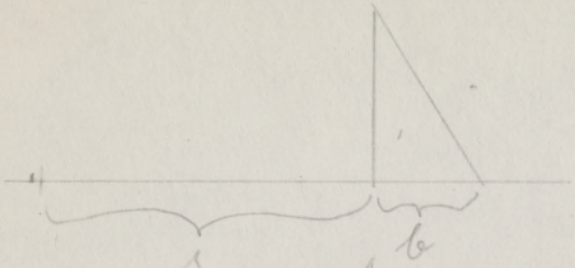
$$1 + \frac{s+\frac{b}{2}}{\frac{b}{2}} - \frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}} - \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} - \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}}$$

$$+ \frac{1}{2} e^{-\frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}} \left[2\left(1 + \frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}\right) - \left[\left(1 + \frac{s+\frac{b}{2}}{\frac{b}{2}}\right)\left(1 - \frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}\right) - \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] \right.$$

$$\left. - \left[\left(1 - \frac{s}{\frac{b}{2}}\right)\left(1 + \frac{s_\alpha}{s+\frac{b}{2}}\right) + \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] \right]$$

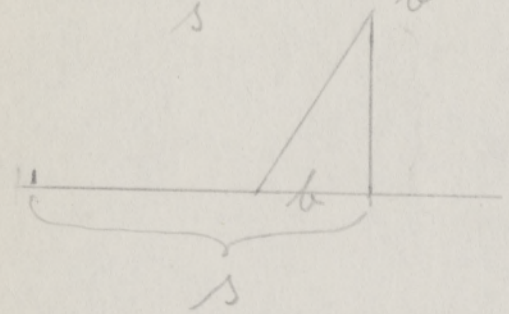
$$- \frac{1}{2} e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \left[2\left(1 + \frac{s_\alpha}{s}\right) - \left[\left(1 - \frac{s}{\frac{b}{2}}\right)\left(1 + \frac{s_\alpha}{s}\right) + \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} \right] \right] \Bigg\}$$

$$1 - \frac{s}{\frac{b}{2}} + \frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}} + \frac{s_\alpha}{\frac{b}{2}}$$



$$y_s^1 = \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-x} \left[\left(1+\frac{s}{b}\right)(1+x) - \frac{s\alpha}{b} \right] \right\}^{\frac{s\alpha}{s+b}}$$

$1 + \frac{s}{b} + \frac{s\alpha}{bs} + \frac{s\alpha}{b} - \frac{s\alpha}{b}$ $\quad \frac{s\alpha}{s}$



$$y_s^2 = \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-x} \left[\left(1-\frac{s}{b}\right)(1+x) + \frac{s\alpha}{b} \right] \right\}^{\frac{s\alpha}{s}}$$

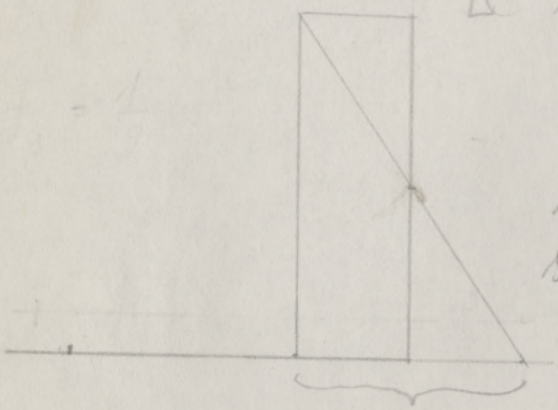
$1 - \frac{s}{b} + \frac{s\alpha}{bs} - \frac{s\alpha}{b} + \frac{s\alpha}{b}$ $\quad \frac{s\alpha}{s-b}$

$$y_s^2 - y_s^1 = \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-\frac{s\alpha}{s}} \left[\left(1+\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s\alpha}{s}\right) + \left(1-\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s\alpha}{s}\right) \right] \right.$$

$2\left(1+\frac{s\alpha}{s}\right)$

$$- e^{-\frac{s\alpha}{s+b}} \left[\left(1+\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s\alpha}{s+b}\right) - \frac{s\alpha}{b} \right]$$

$$\left. - e^{-\frac{s\alpha}{s-b}} \left[\left(1-\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s\alpha}{s-b}\right) + \frac{s\alpha}{b} \right] \right\}$$



$y_0^{\circ\prime} = 2 y_0^\circ$

$b' = 2b$

$s' = s - b$

$+ y_s^2 - y_s^1$ $\qquad + y_s^2 - y_s^1$

$$y = \frac{1}{2} y_0^{\circ\prime} \left\{ e^{-x} \left[\left(1+\frac{s'}{b'}\right)(1+x) - \frac{s\alpha}{b'} \right] \right\}^{\frac{s\alpha}{s'}} + \frac{s\alpha}{s'+b'} = y_0^\circ \left\{ e^{-x} \left[\left(1+\frac{s-b}{2b}\right)(1+x) - \frac{s\alpha}{2b} \right] \right\}^{\frac{s\alpha}{s+b}} + \frac{s\alpha}{s-b}$$

$(1+\frac{s}{b})\cdot$ $\qquad 1+\frac{s}{b}$

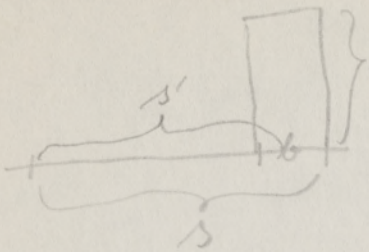
$$= \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-\frac{s\alpha}{s+b}} \left[2\left(1+\frac{s-b}{2b}\right)\left(1+\frac{s\alpha}{s+b}\right) - \frac{s\alpha}{b} \right] - e^{-\frac{s\alpha}{s-b}} \left[2\left(1+\frac{s-b}{2b}\right)\left(1+\frac{s\alpha}{s-b}\right) - \frac{s\alpha}{b} \right] \right.$$

$$- e^{-\frac{s\alpha}{s+b}} \left[\left(1+\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s\alpha}{s+b}\right) - \frac{s\alpha}{b} \right] - e^{-\frac{s\alpha}{s-b}} \left[\left(1-\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s\alpha}{s-b}\right) + \frac{s\alpha}{b} \right]$$

$$- e^{-\frac{s\alpha}{s+b}} \left(1+\frac{s\alpha}{s+b}\right) - e^{-\frac{s\alpha}{s-b}} \left(1+\frac{s\alpha}{s-b}\right)$$

$$\left. + e^{-\frac{s\alpha}{s}} 2\left(1+\frac{s\alpha}{s}\right) \right.$$

$$= \frac{1}{2} y_0^\circ \left\{ e^{-\frac{s\alpha}{s}} 2\left(1+\frac{s\alpha}{s}\right) - e^{-\frac{s\alpha}{s+b}} \left(1+\frac{s\alpha}{s+b}\right) - e^{-\frac{s\alpha}{s-b}} 2\left(1+\frac{s\alpha}{s-b}\right) \right\}$$

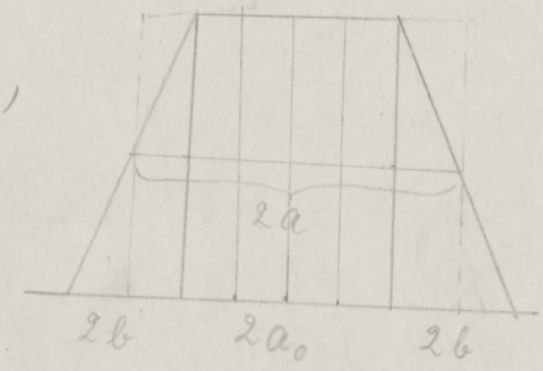


$$\Delta y = y_s^2 - y_s^1 = \frac{1}{4} y_0' \left\{ e^{-\frac{s_\alpha}{s}} 2\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) - e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}}\left[\left(1+\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s+b}\right) - \frac{s_\alpha}{b}\right] - e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}}\left[\left(1-\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s-b}\right) + \frac{s_\alpha}{b}\right] \right\}$$

$$y = -y_0^\circ \left[e^{-y}(1+y) \right]_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$s = s' + \frac{b}{2}, \quad s-b = s' - \frac{b}{2}, \quad b = 2a,$$

$$y = \frac{1}{2} y_0' \left[e^{-y}(1+y) \right]_{\frac{s_\alpha}{s'-a}}^{\frac{s_\alpha}{s'+a}}$$



$$2a = 2a_0 + 2b, \quad s = a_0 + b - a$$

$$y_w = y(2a) - 2\left(y_s^2 - y_s^1\right) = y(2a) - 2\Delta y$$

$$\frac{y_{s=0}}{y_0} = \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \frac{1}{2}\left\{ 2\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \left[\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{a+b}\right) - \frac{s_\alpha}{b}\right] e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} - \left[\left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{a-b}\right) + \frac{s_\alpha}{b}\right] e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}} \right\}$$

$$= F\left(\frac{s_\alpha}{a}\right) - \frac{1}{2}\left\{ 2F\left(\frac{s_\alpha}{a}\right) - F\left(\frac{s_\alpha}{a+b}\right) - F\left(\frac{s_\alpha}{a-b}\right) + \left(\frac{s_\alpha}{a+b} - \frac{a}{b}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} + \left(\frac{s_\alpha}{a-b} + \frac{a}{b}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}} \right\}$$

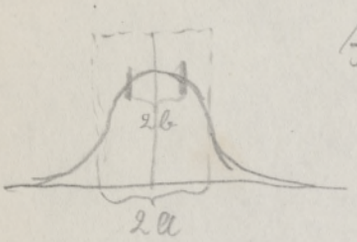
$$\frac{a}{b} = 3{,}5$$

$a = 4{,}2 \quad b = 1{,}2 \quad a_0 = 3{,}0 \quad s_\alpha = 5{,}66 \quad \frac{s_\alpha}{a} = 1{,}35 \quad \frac{s_\alpha}{a+b} = 1{,}05 \quad \frac{s_\alpha}{a-b} = 1{,}89$

$$\frac{y_{s=0}}{y_0} = 0{,}610 - \frac{1}{2}\left\{ 2 \cdot 0{,}610 - 0{,}717 - 0{,}437 + (1{,}05 - 3{,}5)\,0{,}35 + (1{,}89 + 3{,}5)\,0{,}15 \right\}$$

$$= 0{,}610 - 0{,}010$$

Ableitung d. Rückk. Spaltbreite



$$J = \frac{1}{2} J_0 \left[e^{-\frac{s_\alpha}{a-s}} \left(1+\frac{s_\alpha}{a-s}\right) + e^{-\frac{s_\alpha}{a+s}} \left(1+\frac{s_\alpha}{a+s}\right)\right]$$

$$s=0,\quad J_{s=0} = \frac{1}{2} J_0 \left[e^{-\frac{s_\alpha}{a}} \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right) + e^{-\frac{s_\alpha}{a}} \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)\right]$$

$$= J_0 \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$J_g = \frac{\int_0^b J\, ds}{b} = \frac{1}{2} J_0 \frac{1}{b} \int_0^b [\quad]\, ds$$

$$\frac{s_\alpha}{a-s} = x,\quad \frac{dx}{ds} = +\frac{s_\alpha}{(a-s)^2},\quad dx = \frac{x^2}{s_\alpha}\, ds,\quad ds = \frac{s_\alpha\, dx}{x^2} = -s_\alpha\, d\frac{1}{x}$$

$$\int_{\frac{s_\alpha}{a}}^{\frac{s_\alpha}{a-b}} e^{-x}(1+x)\frac{s_\alpha}{x^2}\, dx = s_\alpha \int_{\frac{s_\alpha}{a-b}}^{\frac{s_\alpha}{a}} e^{-x}\, d\frac{1}{x} + s_\alpha \int_{\frac{s_\alpha}{a}}^{\frac{s_\alpha}{a-b}} e^{-x}\frac{1}{x}\, dx = s_\alpha \left[\int_{x_2}^{x_1} e^{-x}\, d\frac{1}{x} + \int_{x_1}^{x_2} e^{-x}\frac{1}{x}\, dx\right]$$

$$\int_{x_2}^{x_1} e^{-x}\, d\frac{1}{x} = e^{-x}\frac{1}{x}\Big|_{x_2}^{x_1} - \int_{x_2}^{x_1} \frac{1}{x}\, de^{-x} = e^{-x}\frac{1}{x}\Big|_{x_2}^{x_1} + \int_{x_2}^{x_1} e^{-x}\frac{1}{x}\, dx$$

$$= e^{-x}\frac{1}{x}\Big|_{x_2}^{x_1} - \int_{x_1}^{x_2} e^{-x}\frac{1}{x}\, dx + \int_{x_1}^{x_2} e^{-x}\frac{1}{x}\, dx = e^{-x}\frac{1}{x}\Big|_{\frac{s_\alpha}{a-b}}^{\frac{s_\alpha}{a}} = e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\frac{a}{s_\alpha} - e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}}\frac{a-b}{s_\alpha}$$

$$\frac{d\,\frac{1}{x}e^{-x}}{dx} = -\frac{1}{x^2}e^{-x} - \frac{1}{x}e^{-x} = -\frac{(1+x)}{x^2}e^{-x}$$

$$\frac{s_\alpha}{a+s} = y,\quad \frac{dy}{ds} = -\frac{s_\alpha}{(a+s)^2} = -\frac{y^2}{s_\alpha},\quad ds = -\frac{s_\alpha\, dy}{y^2}$$

$$\int_0^b e^{-y}(1+y)\, ds = -s_\alpha \int_{\frac{s_\alpha}{a}}^{\frac{s_\alpha}{a+b}} e^{-y}\frac{1+y}{y^2}\, dy = s_\alpha \frac{1}{y} e^{-y}\Big|_{\frac{s_\alpha}{a}}^{\frac{s_\alpha}{a+b}} = s_\alpha \left[e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}}\frac{a+b}{s_\alpha} - e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\frac{a}{s_\alpha}\right]$$

$$\frac{d\,\frac{1}{y}e^{-y}}{dy} = -\frac{1+y}{y^2}e^{-y}$$

$$y_q = \frac{1}{2} y_0 \frac{1}{b}\left[(a+b)e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} - (a-b)e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}}\right]$$

$b \ll a$ $\quad \frac{s_\alpha}{a+b} = \frac{s_\alpha}{a(1+\frac{b}{a})} = \frac{s_\alpha}{a}\left(1+\frac{b}{a}\right)^{-1} = \frac{s_\alpha}{a}\left(1-\frac{b}{a}+\frac{b^2}{a^2}-\frac{b^3}{a^3}+\cdots\right) = \frac{s_\alpha}{a} - \frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a}\left(1-\frac{b}{a}+\cdots\right)$

$$e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} = e^{-\frac{s_\alpha}{a}} + \frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a}\left(1-\frac{b}{a}+\cdots\right) = e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\left[1+\frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a}\left(1-\frac{b}{a}+\cdots\right) + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2}\left(1-\frac{b}{a}+\cdots\right)^2\right]$$

$$1-2\frac{b}{a} \qquad + \frac{1}{6}\frac{s_\alpha^3}{a^3}\frac{b^3}{a^3}$$

$$= e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\left[1+\frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a} - \frac{s_\alpha}{a}\frac{b^2}{a^2} + \frac{s_\alpha}{a}\frac{b^3}{a^3} - + \cdots + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2} - \frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^3}{a^3} + \cdots + \frac{1}{6}\frac{s_\alpha^3}{a^3}\frac{b^3}{a^3} - +\right]$$

$b \ll a$ $\quad \frac{s_\alpha}{a-b} = \frac{s_\alpha}{a(1-\frac{b}{a})} = \frac{s_\alpha}{a}\left(1-\frac{b}{a}\right)^{-1} = \frac{s_\alpha}{a}\left(1+\frac{b}{a}+\frac{b^2}{a^2}+\frac{b^3}{a^3}+\cdots\right) = \frac{s_\alpha}{a} + \frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a}\left(1+\frac{b}{a}+\cdots\right)$

$$e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}} = e^{-\frac{s_\alpha}{a} - \frac{s_\alpha b}{a a}\left(1+\frac{b}{a}+\cdots\right)} = e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\left[1 - \frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a}\left(1+\frac{b}{a}+\cdots\right) + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2 b^2}{a^2 a^2}(\;)^2 - \frac{1}{6}\frac{s_\alpha^3 b^3}{a^3 a^3}\right]$$

$$= e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\left[1 - \frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a} - \frac{s_\alpha}{a}\frac{b^2}{a^2} - \frac{s_\alpha}{a}\frac{b^3}{a^3} - \cdots + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2} + \frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^3}{a^3} + \cdots - \frac{1}{6}\frac{s_\alpha^3}{a^3}\frac{b^3}{a^3}\right]$$

$$y_q = \frac{1}{2} y_0\left[\frac{a}{b}e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} + e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} - \frac{a}{b}e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}} + e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}}\right] = \frac{1}{2} y_0\left[\frac{a}{b}\left(e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} - e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}}\right) + \left(e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} + e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}}\right)\right]$$

$$\frac{a}{b}\left(e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} - e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}}\right) = e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\frac{a}{b}\left[2\frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a} + 2\frac{s_\alpha}{a}\frac{b^3}{a^3} - 2\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^3}{a^3} + \frac{1}{3}\frac{s_\alpha^3}{a^3}\frac{b^3}{a^3}\right]$$

$$= e^{-\frac{s_\alpha}{a}} 2\left(\frac{s_\alpha}{a} + \frac{s_\alpha}{a}\frac{b^2}{a^2} - \frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2} + \frac{1}{6}\frac{s_\alpha^3}{a^3}\frac{b^2}{a^2}\right)$$

$$\left(e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} + e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}}\right) = e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\left[2 - 2\frac{s_\alpha}{a}\frac{b^2}{a^2} + 2\frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2}\right] = e^{-\frac{s_\alpha}{a}} 2\left(1 - \frac{s_\alpha}{a}\frac{b^2}{a^2} + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2}\right)$$

$$y_q = y_0 e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\left(1 + \frac{s_\alpha}{a} - \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2} + \frac{1}{6}\frac{s_\alpha^3}{a^3}\frac{b^2}{a^2}\right) = y_0\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - y_0\frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2}\left(1-\frac{1}{3}\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$\frac{y_q}{y_0}\Big|_{s=0} = \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}\frac{b^2}{a^2}\left(1-\frac{1}{3}\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$\frac{y^g_{s=0}}{y_0} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{a}{b}+1\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a+b}} - \left(\frac{a}{b}-1\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a-b}}\right]$$

$b \ll a$

$$\frac{y^g_{s=0}}{y_0} = \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{a}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^2\left(1-\frac{1}{3}\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}}$$

$a = 4{,}2 \quad b = 1{,}5$

$2a = 8{,}4 \quad 2b = 3 \quad s_\alpha = 5{,}66 \quad \frac{s_\alpha}{a} = 1{,}35 \quad \frac{b}{a} = 0{,}357_5 \quad \frac{a}{b} = 2{,}8$

$\frac{s_\alpha}{a+b} = \frac{5{,}66}{5{,}7} = 0{,}993$

$\frac{s_\alpha}{a-b} = \frac{5{,}66}{2{,}7} = 2{,}10$

$b \ll a: \quad \frac{y^g_{s=0}}{y_0} = 0{,}610 - \frac{1}{2}\,0{,}2324 \cdot 0{,}55 = 0{,}610 - 0{,}0166$

$$\frac{y^g_{s=0}}{y_0} = \frac{1}{2}\left[3{,}8\,e^{-0{,}993} - 1{,}8\,e^{-2{,}100}\right] = \frac{1}{2}\left[3{,}8 \cdot 0{,}3702 - 1{,}8 \cdot 0{,}1225\right] = \frac{1{,}4068 - 0{,}2205}{1{,}1863 : 2} = 0{,}5932$$

$\frac{s_\alpha}{a} = \frac{1{,}5}{4{,}2} = 2\,\frac{b}{a} = \frac{1}{5}, \quad \frac{s_\alpha}{a}\frac{b}{a} = 0{,}4, \quad \frac{1}{2}\,0{,}16\left(1-\frac{2}{3}\right)e^{-2} = 0{,}027 \cdot 0{,}13_5 = 0{,}00354$

$a = 4{,}2 \quad b = 1{,}5 \quad \left(\frac{b}{a}\right) = \left(\frac{1{,}5}{4{,}2}\right)^2 = (0{,}357_5)^2 = \quad s_{\alpha_0} = 3{,}54, \; s_{\alpha_1} = 3{,}54 \cdot 0{,}4 = 1{,}416$

$\frac{s_\alpha}{a} = 0{,}337$ $\quad F_1(0{,}337) = 0{,}955 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}113_5 \cdot 0{,}275 \cdot 0{,}888 \cdot 0{,}944 \quad -0{,}0079 \quad -0{,}0008$

$\frac{s_\alpha}{a} = 0{,}674$ $\quad F_2(0{,}674) = 0{,}853 - 0{,}0638 \cdot 0{,}454 \cdot 0{,}775 \cdot 0{,}510 \quad -0{,}0422 \quad -0{,}0033$

$\frac{s_\alpha}{a} = 1{,}011$ $\quad F_3(1{,}011) = 0{,}732 - 0{,}0638 \cdot 1{,}022 \cdot 0{,}663 \cdot 0{,}364 \quad -0{,}0246 \quad -0{,}0014$

$\frac{s_\alpha}{a} = 1{,}348$ $\quad F_4(1{,}348) = 0{,}611 - 0{,}0638 \cdot 1{,}816 \cdot 0{,}551 \cdot 0{,}260 \quad -0{,}0760 \quad -0{,}0033$

$\frac{s_\alpha}{a} = 1{,}685$ $\quad F_5(1{,}685) = 0{,}497_5 - 0{,}0638 \cdot 2{,}84 \cdot 0{,}438 \cdot 0{,}185 \quad -0{,}0045 \quad -0{,}0001_3$

$\frac{s_\alpha}{a} = 2{,}022$ $\quad F_6(2{,}022) = 0{,}401 - 0{,}0638 \cdot 4{,}088 \cdot 0{,}326 \cdot 0{,}132_5 \quad -0{,}0053 \quad -0{,}0001_2$

$-0{,}1605 \quad -0{,}0090$

$16{,}0\,\% \quad 16{,}9\,\%$

Boltzmann-Statistik

$$Z_i = g_i e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}} = (2l+1) \cdot x \, e^{-0{,}5\, l(l+1)}, \quad w_i = \frac{Z_i}{\sum Z_i}$$

1) $T = 2\,\frac{k}{2\pi}$ (gerade l), $x = \frac{5}{9}$

$l=0$, $Z_0 = \frac{5}{9} e^{-0} = \frac{5}{9} \cdot 1$, $l=2$, $Z_2 = \frac{5}{9} 5 e^{-3} = \frac{5}{9} \cdot 0{,}249$, $l=4$, $Z_4 = \frac{5}{9} \cdot 9 e^{-10} = \frac{5}{9} 0{,}0004$

$w_0 = \frac{1{,}0000}{1{,}2494} \cdot 0{,}800 = 80\%$ $\quad w_2 = 20\%$

2) $T = 1\,\frac{k}{2\pi}$ (ungerade l) $x = \frac{3}{9}$

$l=1$ $Z_1 = \frac{3}{9} \cdot 3 e^{-1} = \frac{3}{9} 1{,}104$, $l=3$ $Z_3 = \frac{3}{9} \cdot 7 e^{-6} = \frac{3}{9} \cdot \frac{1{,}104}{1{,}121} \cdot 0{,}01736$

$w_1 = \frac{1{,}104}{1{,}121} = 98{,}5\%$ $\quad w_3 = \frac{0{,}01736}{1{,}121} = 0{,}01544 = 1{,}5\%$

3) $T = 0\,\frac{k}{2\pi}$ (gerade l) $x = \frac{1}{9}$ $\quad w_0 = 80\%$ $\quad w_2 = 20\%$

Anstoss 0,8 KM, Rot. 0,4 KM

1) $\gamma = 2\frac{h}{2\pi}$ $l=0: 80\%$ $l=2: 20\%$

+2 +1 0 -1 -2

$s_\alpha = 0: \frac{5}{9}(0{,}8\frac{1}{5} + 0{,}2\frac{3}{25})$

$s_\alpha = \frac{1}{2}: \frac{5}{9}(\quad + 0{,}2\frac{4}{25})$

$s_\alpha = 1: \frac{5}{9}(0{,}8\frac{2}{5} + 0{,}2\frac{6}{25})$

$s_\alpha = 1\frac{1}{2}: \frac{5}{9}(\quad + 0{,}2\frac{4}{25})$

$s_\alpha = 2: \frac{5}{9}(0{,}8\frac{2}{5} + 0{,}2\frac{4}{25})$

$s_\alpha = 2\frac{1}{2}: \frac{5}{9}(\quad 0{,}2\frac{2}{25})$

$s_\alpha = 3: \frac{5}{9}(\quad 0{,}2\frac{2}{25})$

+3 +2½ +2 +1½ +1
+2 +1½ +1 +½ 0
+1 +½ 0 -½ -1
0 -½ -1 -1½ -2
-1 -1½ -2 -2½ -3

3,540
-0,403
32

$\frac{0{,}4\,s_{\alpha_0}}{a} = \frac{0{,}8\,s_{\alpha_0}}{2a} = \frac{2{,}83}{2a}$

2) $\gamma = 1\frac{h}{2\pi}$ $l=1: 100\%$

+1½ +1 +½
+½ 0 -½
-½ -1 -1½

$s_\alpha = 0: \frac{3}{9}\ \frac{1}{9}$

$s_\alpha = \frac{1}{2}: \frac{3}{9}\ \frac{4}{9}$

$s_\alpha = 1: \frac{3}{9}\ \frac{2}{9}$

$s_\alpha = 1\frac{1}{2}: \frac{3}{9}\ \frac{2}{9}$

2,0933	0,2326
1,5733	0,1748
2,5867	0,2874
0,8267	0,0919
1,76	0,1956
0,08	0,0089
0,0082	0,00089
9,0000	1,0001

3) $\gamma = 0\frac{h}{2\pi}$ $l=0: 80\%$, $l=2: 20\%$

+1 +½ 0 -½ -1

$s_\alpha = 0: \frac{1}{9}(0{,}8 + 0{,}2\frac{1}{5})$

$s_\alpha = \frac{1}{2}: \frac{1}{9}\ 0{,}2\cdot\frac{2}{5}$

$s_\alpha = 1: \frac{1}{9}\ 0{,}2\ \frac{2}{5}$

$$\frac{\gamma_{s=0}}{\gamma_0} = \frac{1}{9}\Big[(0{,}8 + 0{,}2\tfrac{3}{5} + \tfrac{1}{3} + 0{,}8 + 0{,}2\tfrac{1}{5}) + (0{,}2\tfrac{4}{5} + \tfrac{4}{3} + 0{,}2\tfrac{2}{5})\,F\!\left(\tfrac{0{,}4\,s_{\alpha_0}}{a}\right) + (0{,}8\cdot 2 + 0{,}2\tfrac{6}{5} + \tfrac{2}{3} + 0{,}2\tfrac{2}{5})\,F\!\left(2\tfrac{0{,}4\,s_{\alpha_0}}{a}\right)$$
$$+ (0{,}2\tfrac{4}{5} + \tfrac{2}{3})\,F\!\left(3\tfrac{0{,}4\,s_{\alpha_0}}{a}\right) + (0{,}8\cdot 2 + 0{,}2\cdot\tfrac{4}{5})\,F\!\left(4\tfrac{0{,}4\,s_{\alpha_0}}{a}\right) + 0{,}2\tfrac{2}{5}\,F\!\left(5\tfrac{0{,}4\,s_{\alpha_0}}{a}\right) + 0{,}2\tfrac{2}{5}\,F\!\left(6\tfrac{0{,}4\,s_{\alpha_0}}{a}\right)\Big]$$

$$\frac{\gamma_{s=0}}{\gamma_0} = 0{,}2326 + 0{,}1748\,F_1\!\left(\frac{2{,}83}{2a}\right) + 0{,}2874\,F_2 + 0{,}0919\,F_3 + 0{,}1956\,F_4 + 0{,}0089\,F_5 + 0{,}0089\,F_6$$

		2	3	4	5	6
$2a = 6{,}3$	$F_1\left(\frac{2{,}83_2}{6{,}3}\right) = F_1(0{,}45)$	0,90	1,35	1,80	2,25	2,70
$2a = 8{,}4$	$F_1\left(\frac{2{,}83_2}{8{,}4}\right) = F_1(0{,}337)$	0,674	1,011	1348	1,685	2,022
$2a = 7{,}35$	$F_1\left(\frac{2{,}832}{7{,}35}\right) = F_1(0{,}385)$	0,770	1,155	1,540	1,925	2,310
$2a = 11{,}5$	$F_1\left(\frac{2{,}832}{11{,}5}\right) = F_1(0{,}246)$	0,492	0,738	0,984	1,230	1,476
$2a = 14{,}8$	$F_1\left(\frac{2{,}832}{14{,}8}\right) = F_1(0{,}191_2)$	0,382₅	0,573₇	0,765	0,956	1,147

$2a = 6{,}3$	$2a = 8{,}4$	$2a = 7{,}35$	$2a = 11{,}5$	$2a = 14{,}8$
-0,0131	-0,0079	-0,0102	-0,0046	-0,0028
-0,0652	-0,0422	-0,0518	-0,0250	-0,0164
-0,0357	-0,0246	-0,0295	-0,0155	-0,0104
-0,1048	-0,0760	-0,0890	-0,0505	-0,0348
-0,0058	-0,0045	-0,0051	-0,0031	-0,0022
-0,0064	-0,0053	-0,0060	-0,0039	-0,0028
-0,2313	-0,1605	-0,1916	0,1026	0,0694
23,1%	16,0%	19,2%	10,3%	6,9%
~~24%~~	16%	20%	10½%	6%

Rd. Hill, Druck 0,8 KM. , $s_{\alpha_0} = 3{,}54$

+2 +1 0 -1 -2

		1			5/9	$s_\alpha = 0 : \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
	+	0	-1		3/9	$s_\alpha = 1 : \frac{4}{9}$
		0			1/9	$s_\alpha = 2 : \frac{2}{9}$

$s_{\alpha_1} = 0{,}8\, s_{\alpha_0} = 2{,}83$

$s_{\alpha_2} = 2 \cdot 0{,}8\, s_{\alpha_0} = 5{,}66$

$$\frac{y_{s=0}}{y_0} = \frac{1}{9}\left[3 + 4 \cdot F\left(\frac{5{,}66}{2a}\right) + 2\, F\left(\frac{11{,}32}{2a}\right)\right] = 1 - \frac{4}{9}\left[1 - F_1\left(\frac{5{,}66}{2a}\right)\right] - \frac{2}{9}\left[1 - F_2\left(\frac{11{,}32}{2a}\right)\right]$$

Korr. rund Rd 20% von $\frac{5}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{3}$ im Mittel um 0,4 KM

$\frac{2}{15}\left[1 - F\left(\frac{2{,}83}{2a}\right)\right]$: $2a = 6{,}3$: $\frac{2{,}83}{6{,}3} = 0{,}45$, [ ] $= 0{,}075 \cdot \frac{3}{15} = 0{,}010$

$2a = 8{,}4$: $\frac{2{,}83}{8{,}4} = 0{,}337$ [ ] $= 0{,}045 \cdot \frac{2}{15} = 0{,}006$

$2a = 6{,}3$

$\frac{5{,}66}{6{,}3} = 0{,}90$

$2 \cdot \frac{5{,}66}{6{,}3} = 1{,}80$

$[1 - F_1] = 0{,}227 \cdot 2$
$0{,}454$

$[1 - F_2] = 0{,}534$
$0{,}991 \cdot \frac{2}{9}$
$0{,}110$
$0{,}220_2$
$22{,}0_2\%$

$2a = 7{,}3$

$2a = 8{,}4$

$\frac{5{,}66}{8{,}4} = 0{,}674$
$\cdot 2 \quad 1{,}348$
$[\,]_1 = 0{,}144 \cdot 2$
$0{,}293$
$[\,]_2 = 0{,}389$
$0{,}682 \cdot \frac{2}{9}$
$1{,}364$
$0{,}151_6$
$15{,}1_6\%$

1)

$H^2H^2 \quad \frac{h^2}{8\pi^2 Jk} = 42{,}3 \quad \frac{\mathcal{E}_l}{kT} = \frac{42{,}3\, l(l+1)}{84{,}5} = 0{,}5\, l(l+1)$

$w_i = \frac{Z_i}{\sum Z_i}, \quad Z_i = g_i e^{-\frac{\mathcal{E}_i}{kT}}$

$T = 84{,}5°$

$l=1$	$l(l+1)=2$	$\frac{\mathcal{E}_l}{kT}=1$	$e^{-1}=0{,}368$	$0{,}34$
$l=2$	$l(l+1)=2\cdot 3$	" $=3$	$e^{-3}=0{,}0498$	$0{,}05$
$l=3$	$l(l+1)=3\cdot 4$	" $=6$	$e^{-6}=0{,}00248$	$0{,}002_5$
$l=4$	$l(l+1)=4\cdot 5$	" $=10$	$e^{-10}=0{,}000045$	$0{,}0000_5$

$J = 2\,\frac{h}{2\pi}$ (ungerade l)

$g = \frac{5}{9}(2l+1), \quad Z_1 = \frac{5}{9}\cdot 3\, e^{-\frac{\mathcal{E}_1}{kT}} = \frac{5}{9}\cdot 3\cdot 0{,}368 = \frac{5}{9}\cdot 1{,}104 \quad w_1 = \frac{1{,}104}{1{,}121} = 0{,}98_3$

$Z_3 = \frac{5}{9}\, 7\cdot e^{\frac{\mathcal{E}_3}{kT}} = \frac{5}{9}\cdot 7\cdot 0{,}00248 = \frac{5}{9}\cdot 0{,}0174 \quad w_3 = \frac{0{,}0174}{1{,}121} = 0{,}01_7$

$Z_5 = 0$

$J = 0\,\frac{h}{2\pi}$ (gerade l)

$g = \frac{1}{9}(2l+1) \quad Z_0 = \frac{1}{9}\cdot 1\, e^{-0} = \frac{1}{9}\cdot 1.1. = \frac{1}{9}\cdot 1{,}000 \quad w_0 = \frac{1{,}000}{1{,}249} = 0{,}80$

$Z_2 = \frac{1}{9}\cdot 5\cdot e^{-\frac{\mathcal{E}_2}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot 5\, 0{,}049_8 = \frac{1}{9}\cdot 0{,}249 \quad w_2 = \frac{0{,}249}{1{,}249} = 0{,}20$

$Z_4 = \frac{1}{9}\cdot 9\, e^{-\frac{\mathcal{E}_4}{kT}} = \frac{1}{9}\, 9\cdot 0{,}000045 = \frac{1}{9}\cdot 0{,}000_4$

$J = 1\,\frac{h}{2\pi}$ (Summe 2 gerade l, 1 ungerade l)

$g = \frac{2}{9}(2l+1)$ gerade $\quad Z_0 = \frac{1}{9}\, 2\, e^{0} = \frac{1}{9}\cdot 2.1. = \frac{1}{9}\cdot 2{,}000 \quad w_0 = \frac{2{,}000}{3{,}620} = 0{,}55_3$

$\frac{1}{9}(2l+1)$ ungerade $\quad Z_1 = \frac{1}{9}\, 3\, e^{-\frac{\mathcal{E}_1}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot 3\cdot 0{,}368 = \frac{1}{9}\, 1{,}104 \quad w_1 = \frac{1{,}104}{3{,}620} = 0{,}30_5$

$Z_2 = \frac{1}{9}\, 2\cdot 5\, e^{-\frac{\mathcal{E}_2}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot 10\cdot 0{,}049_8 = \frac{1}{9}\, 0{,}498 \quad w_2 = \frac{0{,}498}{3{,}620} = 0{,}13_8$

$Z_3 = \frac{1}{9}\cdot 7\cdot e^{-\frac{\mathcal{E}_3}{kT}} = \frac{1}{9}\cdot 7\cdot 0{,}00248 = \frac{1}{9}\, 0{,}017_4 \quad w_3 = \frac{0{,}017_4}{3{,}620} = 0{,}00_5$

$Z_4 = \frac{1}{9}\, 29\, e^{-\frac{\mathcal{E}_4}{kT}} = \frac{1}{9}\, 18\, 0{,}000045 = \frac{1}{9}\, 0{,}000_8$

$3{,}620$

$\delta_{\alpha_0}(1\,KM) = 3{,}54 \frac{mm}{100}$ (86° verb.)

2)

I Deuton kein magnet. Moment
Rotationsmoment $\frac{1}{2}$ KM pro $\frac{h}{2\pi}$

1) $\gamma = 2\frac{h}{2\pi}$, $l=1:100\%$ 3 Werte, zu $\frac{5}{27}$ Fall, mit $\delta_\alpha = 0$, $\delta_\alpha = +\frac{1}{2}\delta_{\alpha_0}$, $\delta_\alpha = -\frac{1}{2}\delta_{\alpha_0}$

2) $\gamma = 0\frac{h}{2\pi}$, $l=0: 80\%$, $l=2: 20\%$, $\delta_\alpha = 0$ Fall: $80\% + \frac{1}{5}20\% = 84\% = \frac{1}{9}\cdot 0{,}84$

$\delta_\alpha = \pm\frac{1}{2}\delta_{\alpha_0}$ " $\frac{2}{5}20\% = 8\% = \frac{1}{9}\cdot 0{,}08$

$\delta_\alpha = \pm\delta_{\alpha_0}$ " : $\frac{2}{5}20\% = 8\% = \frac{1}{9}\cdot 0{,}08$

3) $\gamma = 1\frac{h}{2\pi}$, $l=0{,}55\%$, $l=1{,}30\%$, $l=2{,}15\%$, $\delta_\alpha = 0$: $55\% + \frac{1}{3}30\% + \frac{1}{5}15\% = 68\% = \frac{3}{9}\cdot 0{,}68$

$\delta_\alpha = \pm\frac{1}{2}\delta_{\alpha_0}$: $\frac{2}{3}30\% + \frac{2}{5}15\% = 26\% = \frac{3}{9}\,0{,}26$

$\delta_\alpha = \pm\delta_{\alpha_0}$: $\frac{2}{5}15\% = 6\% = \frac{3}{9}\,0{,}06$

$$\frac{\gamma}{\gamma_0}_{\delta=0} = \frac{5}{9}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{9}0{,}84 + \frac{3}{9}0{,}68 + \frac{1}{9}\left(\frac{10}{3} + 0{,}08 + 3\cdot 0{,}26\right)F\left(\frac{1}{2}\frac{\delta_{\alpha_0}}{a}\right) + \frac{1}{9}(0{,}08 + 3\cdot 0{,}06)F\left(\frac{\delta_{\alpha_0}}{a}\right)$$

$$= \frac{1}{9}(1{,}67 + 0{,}84 + 2{,}04) + \frac{1}{9}(3{,}33 + 0{,}08 + 0{,}78)F\left(\frac{\delta_{\alpha_0}}{2a}\right) + \frac{1}{9}(0{,}08 + 0{,}18)F\left(2\frac{\delta_{\alpha_0}}{2a}\right)$$

$$= \frac{1}{9}\left[4{,}55 + 4{,}19\,F\left(\frac{\delta_{\alpha_0}}{2a}\right) + 0{,}26\,F\left(2\frac{\delta_{\alpha_0}}{2a}\right)\right] = 0{,}506 + 0{,}0956\,F\left(\frac{\delta_{\alpha_0}}{2a}\right) + 0{,}029\,F\left(2\frac{\delta_{\alpha_0}}{2a}\right)$$

$2a = \frac{1}{2}\delta_{\alpha_0}$, $\frac{\delta_{\alpha_0}}{2a} = 2$

$2a = 0$ $\frac{\gamma_{\delta=0}}{\gamma_0} = 0{,}506$

$2a = \delta_{\alpha_0}$ " $= 0{,}506 + 0{,}46\cdot 0{,}736 + 0{,}029\cdot 0{,}406 = 0{,}506 + 0{,}343 + 0{,}012 = 0{,}861$

$2a = 1{,}5\,\delta_{\alpha_0}$ " $= 0{,}506 + 0{,}46\cdot 0{,}856 + 0{,}029\cdot 0{,}616 = 0{,}506 + 0{,}399 + 0{,}018 = 0{,}923$

$0{,}506 + 0{,}1894 + 0{,}0267 = 0{,}7321$

$+0{,}46\cdot 0{,}406 = 0{,}1894$

$+0{,}029\cdot 0{,}092 = 0{,}0267$

$2a = 2\,\delta_{\alpha_0}$ " $= 0{,}506 + 0{,}46\cdot 0{,}910 + 0{,}029\cdot 0{,}736 = 0{,}506 + 0{,}424 + 0{,}021 = 0{,}951$

$2a = 3\,\delta_{\alpha_0}$ $= 0{,}506 + 0{,}46\cdot 0{,}955 + 0{,}029\cdot 0{,}856 = 0{,}506 + 0{,}445 + 0{,}025 = 0{,}976$

$2a = 4\,\delta_{\alpha_0}$ $= 0{,}506 + 0{,}46\cdot 0{,}973 + 0{,}029\cdot 0{,}910 = 0{,}506 + 0{,}453 + 0{,}026 = 0{,}985$

3)

Drittes Moment Rill, Rotordurchmesser 0,4 KM pro $\frac{h}{2\pi}$

$$\frac{y_{s=0}}{y_0} = 0{,}505_6 + 0{,}465_6\, F\left(0{,}8\,\frac{s_{\alpha_0}}{2a}\right) + 0{,}029\, F\left(0{,}8\cdot 2\,\frac{s_{\alpha_0}}{2a}\right)$$

$2a = 0$ $\quad 0{,}8\,\frac{s_{\alpha_0}}{2a} = \infty$ $\quad \frac{y_{s=a}}{y_0} = 0{,}505_6$

$2a = s_{\alpha_0}$ $\quad 0{,}8\,\frac{s_{\alpha_0}}{2a} = 0{,}8$ $\quad$ " $\quad 0{,}505_6 + 0{,}466 \cdot 0{,}809 + 0{,}029 \cdot 0{,}525 = 0{,}898$ $\quad$ (0,506 + 0,377 + 0,015 = 0,898) $= 0{,}898$

$2a = 2s_{\alpha_0}$ $\quad 0{,}8\,\frac{s_{\alpha_0}}{2a} = 0{,}4$ $\quad$ " $\quad 0{,}505_6 + 0{,}466 \cdot 0{,}939 + 0{,}029 \cdot 0{,}809 =$ (0,506 + 0,438 + 0,023 = 0,967) $= 0{,}967$

$\mu_D = 0$, s_{α_T} pro $\frac{h}{2\pi}$

1) $y = 2\,\frac{h}{2\pi}$, $l = 1 : 100\%$, 3 Wr. pro $\frac{5}{24}$ y_{ges}, $s_\alpha = 0 : y = \frac{5}{24}$; $s_\alpha = \pm s_{\alpha_T} : y = \frac{10}{24}$

2) $y = 0\,\frac{h}{2\pi}$, $l = 0 : 80\%$, $l = 2 : 20\%$, $s_\alpha = 0 : y = \frac{1}{9}\,0{,}84$, $s_\alpha = \pm s_{\alpha_T} : y = \frac{1}{9}\cdot 0{,}08$, $s_\alpha = \pm 2 s_{\alpha_T} : y = \frac{1}{9}\,0{,}08$

3) $y = 1\,\frac{h}{2\pi}$, $l = 0 : 55\%$, $l = 1 : 30\%$, $l = 2 : 15\%$, $s_\alpha = 0 : y = \frac{3}{9}\,0{,}68$, $s_\alpha = \pm s_{\alpha_T} = \frac{3}{9}\,0{,}26$, $s_\alpha = \pm 2 s_{\alpha_T} = \frac{3}{9}\,0{,}06$

$$\frac{y_{s=a}}{y_0} = \frac{1}{9}\left(\underbrace{\frac{5}{3}}_{1{,}667} + 0{,}84 + 3\cdot 0{,}68\right) + \frac{1}{9}\left(\underbrace{\frac{10}{3}}_{4{,}197} + 0{,}08 + 3\cdot 0{,}26\right) F\left(\frac{s_{\alpha_T}}{a}\right) + \frac{1}{9}\left(0{,}08 + 3\cdot 0{,}06\right) F\left(2\,\frac{s_{\alpha_T}}{a}\right)$$

$$= 0{,}505 + 0{,}466\, F\left(\frac{s_{\alpha_T}}{a}\right) + 0{,}029\, F\left(2\,\frac{s_{\alpha_T}}{a}\right)$$

$s_{\alpha_T} = \frac{1}{2} s_{\alpha_0}$ $\quad \frac{s_{\alpha_T}}{a} = \frac{s_{\alpha_0}}{2a}$

$s_{\alpha_T} = s_{\alpha_0}$ $\quad \frac{y_{s=a}}{y_0} = 0{,}505 + 0{,}466\, F\left(\frac{2 s_{\alpha_0}}{2a}\right) + 0{,}029\, F\left(2\,\frac{2 s_{\alpha_0}}{2a}\right)$ $\quad = 0{,}89$

$2a = 2{,}37\, s_{\alpha_0}$, $\frac{2 s_{\alpha_0}}{2a} = \frac{2}{2{,}37} = 0{,}84$; $\frac{y_{s=a}}{y_0} = \underset{0{,}505}{0{,}505} + \underset{0{,}466 \cdot 0{,}719}{0{,}466 \cdot 0{,}719_6} = +0{,}504 + 0{,}340 + \underset{0{,}029 \cdot 0{,}496}{+0{,}029 \cdot 0{,}496} = +0{,}014 = 0{,}89$

Kronscommut Rill und Rotord. = 1,3 KM
wird bei $8{,}4\,\frac{mm}{100} = 2a$
Die gef. Differenz 0,84 ergab

$s_{\alpha_T} = \frac{3}{2} s_{\alpha_0}$ $\quad \frac{y_{s=a}}{y_0} = 0{,}505 + 0{,}466\, F\left(\frac{3 s_{\alpha_0}}{2a}\right) + 0{,}029\, F\left(2\,\frac{3 s_{\alpha_0}}{2a}\right)$

$2a = 8{,}4\,\frac{mm}{100} = 2{,}37\, s_{\alpha_0}$, $\frac{3 s_{\alpha_0}}{2a} = \frac{3}{2{,}37} = 1{,}26_5$ $\quad \frac{y_{s=a}}{y_0} = \underset{0{,}505}{0{,}505} + \underset{0{,}466 \cdot 0{,}640}{0{,}466 \cdot 0{,}640} = +0{,}504 + 0{,}298 + \underset{0{,}029 \cdot 0{,}281}{+0{,}029 \cdot 0{,}281} = +0{,}008 = 0{,}811$

$s_{\alpha_T} = 1{,}3\, s_{\alpha_0}$ $\quad \frac{y_{s=a}}{y_0} = 0{,}505 + 0{,}466\, F\left(\frac{2{,}6 s_{\alpha_0}}{2a}\right) + 0{,}029\, F\left(2\,\frac{2{,}6 s_{\alpha_0}}{2a}\right) = 0{,}84$

$2a = 2{,}37\, s_{\alpha_0}$, $\frac{2{,}6 s_{\alpha_0}}{2a} = \frac{2{,}6}{2{,}37} = 1{,}1$ $\quad \frac{y_{s=a}}{y_0} = \underset{0{,}505}{0{,}505} + \underset{0{,}466 \cdot 0{,}700}{0{,}466 \cdot 0{,}700} = +0{,}505 + 0{,}326 + \underset{0{,}029 \cdot 0{,}354}{+0{,}029 \cdot 0{,}354} = +0{,}010 = 0{,}841$

$s_{\alpha_0} = 3{,}54$, $s_{\alpha_T} = 1{,}3 s_{\alpha_0} = 4{,}60$

$2a = 6{,}3$, $\frac{s_{\alpha_T}}{a} = \frac{4{,}60}{3{,}15} = 1{,}46$

$0{,}505 = 0{,}504$

$+0{,}466\, F(1{,}46) = 0{,}268$

$+0{,}029\, F(2{,}92) = 0{,}006$

$0{,}779$

4)

$\frac{\varepsilon_l}{kT} = \frac{42{,}3\, l(l+1)}{T} = 0{,}145\, l(l+1)$ $\quad T = 292°$

$l=0$	$l(l+1)=0$	$\varepsilon_l = 0{,}000$	$e^{-0} = 1{,}000 \cdot 1 = 1{,}000$		$w_0 = 0{,}276$	
$l=1$	$l(l+1)=2$	$\frac{\varepsilon_l}{kT} = 0{,}290$	$e^{-0{,}290} = 0{,}748 \cdot 3 = 2{,}244$		$w_1 =$	$0{,}620$
$l=2$	$l(l+1)=6$	$0{,}870$	$e^{-0{,}870} = 0{,}419 \cdot 5 = 2{,}095$		$w_2 = 0{,}578$	
$l=3$	$l(l+1)=12$	$1{,}74$	$e^{-1{,}74} = 0{,}176 \cdot 7 = 1{,}232$		$w_3 =$	$0{,}340$
$l=4$	$l(l+1)=20$	$2{,}90$	$e^{-2{,}9} = 0{,}055_0 \cdot 9 = 0{,}495$		$w_4 = 0{,}137$	
$l=5$	30	$4{,}35$	$e^{-4{,}35} = 0{,}013_0 \cdot 11 = 0{,}143$		$w_5 =$	$0{,}040$
$l=6$	42	$6{,}09$	$e^{-6{,}09} = 0{,}002_5 \cdot 13 = 0{,}032$		$w_6 = 0{,}009$	
$l=7$	56	$8{,}12$	$e^{-8{,}12} = 0{,}000_3 \cdot 15 = 0{,}004_5$		$w_7 =$	$0{,}000$
			$\frac{21}{3{,}622}$	$\frac{11}{3{,}623_4}$	$\frac{23}{1{,}000}$	$\frac{0{,}000}{1{,}000}$

$\frac{2}{3}$ integral l $\frac{1}{3}$ grad l

$0{,}4045 : 3 = 0{,}1358$ $\qquad 0{,}2589 : 3 = 0{,}0863 \cdot 2 = 0{,}1726$

$$\frac{J_{s=0}}{J_0} = \frac{1}{3}\Big(0{,}276 + \frac{1}{5}0{,}548 + \frac{1}{9}0{,}137 + \frac{1}{13}0{,}009\Big) + \frac{2}{3}\Big(\frac{1}{3}0{,}620 + \frac{1}{7}0{,}340 + \frac{1}{11}0{,}040\Big) = 0{,}308$$

$$+\Big[\frac{1}{3}\Big(\frac{2}{5}0{,}578 + \frac{2}{9}0{,}137 + \frac{2}{13}0{,}009\Big) + \frac{2}{3}\Big(\frac{2}{7}0{,}620 + \frac{2}{11}0{,}340 + \frac{2}{15}0{,}040\Big)\Big] F\Big(\frac{s\alpha_T}{a}\Big) + \frac{1}{3}\frac{2}{13}0{,}009\, F\Big(6\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$$+\Big[\frac{1}{3}\Big(\frac{2}{5}0{,}578 + \frac{2}{9}0{,}137 + \frac{2}{13}0{,}009\Big) + \frac{2}{3}\Big(\frac{2}{7}0{,}340 + \frac{2}{11}0{,}040\Big)\Big] F\Big(2\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$$+\Big[\frac{1}{3}\Big(\frac{2}{9}0{,}137 + \frac{2}{13}0{,}009\Big) + \frac{2}{3}\Big(\frac{2}{9}0{,}340 + \frac{2}{11}0{,}040\Big)\Big] F\Big(3\frac{s\alpha_T}{a}\Big) + \Big[\frac{2}{3}\Big(\frac{2}{9}0{,}137 + \frac{2}{13}0{,}009\Big) + \frac{2}{3}\frac{2}{11}0{,}040\Big] F\Big(4\frac{s\alpha_T}{a}\Big) + \Big[\frac{1}{3}\frac{2}{15}0{,}009 + \frac{2}{3}\frac{2}{11}0{,}040\Big] F\Big(5\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$$z_0 = \frac{1}{3}\frac{(2n+1)e^{-f(0)}}{\sum_g (2n+1)e^{-f(n)}}, \quad z_1 = \frac{2}{3}\frac{(2n+1)e^{-f(1)}}{\sum_u (2n+1)e^{-f(u)}}, \quad z_n = \frac{1}{3}\frac{(2n+1)e^{-f(n)}}{\sum_g (2n+1)e^{-f(n)}}, \quad z_n = \frac{2}{3}\frac{(2n+1)e^{-f(n)}}{\sum_u (2n+1)e^{-f(n)}}$$

$$\frac{J_{s=0}}{J_0} = \frac{1}{3}\frac{\sum_g^{0,\infty} e^{-f(n)}}{\sum_g^{0,\infty}(2n+1)e^{-f(n)}} + \frac{2}{3}\frac{\sum_u^{1,\infty} e^{-f(n)}}{\sum_u^{1,\infty}(2n+1)e^{-f(n)}} + \frac{1}{3}\left\{\frac{2\sum_g^{2,\infty} e^{-f(n)}}{\sum_g^{0,\infty}(2n+1)e^{-f(n)}} + \frac{4\sum_u^{1,\infty} e^{-f(n)}}{\sum_u^{1,\infty}(2n+1)e^{-f(n)}}\right.$$

$1{,}474 \quad 1{,}474 + 2 \cdot 0{,}937 = 3{,}351$

$$\frac{J_{s=0}}{J_0} = \frac{1}{3\Sigma}\Big[1{,}000 + 0{,}419 + 0{,}055 + 0{,}002_5 + 2(0{,}748 + 0{,}176 + 0{,}013)\Big] = \frac{1}{3}\frac{3{,}351}{3{,}622} = 0{,}308$$

$0{,}476_5 + 2 \cdot 0{,}937 = 2{,}344_5 \cdot 2 = 4{,}689$

$$+\frac{1}{3\Sigma}2\Big[0{,}419 + 0{,}055 + 0{,}002_5 + 2(0{,}748 + 0{,}176 + 0{,}013)\Big] F\Big(\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$0{,}378 \quad 0{,}378_5 + 2 \cdot 0{,}189 = 0{,}854_5 \cdot 2 = 1{,}709$

$$+\frac{1}{3\Sigma}2\Big[0{,}419 + 0{,}055 + 0{,}002_5 + 2(0{,}176 + 0{,}013)\Big] F\Big(2\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$0{,}855_5 + 0{,}189 = 0{,}435_5 \cdot 2 = 0{,}871$

$$+\frac{1}{3\Sigma}2\Big[0{,}055 + 0{,}002_5 + 2(0{,}176 + 0{,}013)\Big] F\Big(3\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$0{,}026 \quad 0{,}055 - 0{,}081 \cdot 2 = 0{,}162$

$$+\frac{1}{3\Sigma}2\Big[0{,}055 + 0{,}002_5 + 2 \cdot 0{,}013\Big] F\Big(4\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$0{,}0285 \cdot 2 = 0{,}057$

$$+\frac{1}{3\Sigma}2\Big[0{,}002_5 + 2 \cdot 0{,}013\Big] F\Big(5\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$0{,}005$

$$+\frac{1}{3\Sigma}2 \cdot 0{,}002_5\, F\Big(6\frac{s\alpha_T}{a}\Big)$$

$$= \frac{1}{10{,}844}\Big[3{,}351 = 3{,}351_1 \quad 9{,}70_3$$
$$+4{,}689\, F_1 = 4{,}35_5 \quad 10{,}8_5$$
$$+1{,}709\, F_2 = 1{,}34_6$$
$$+0{,}871\, F_3 = 0{,}55_0$$
$$+0{,}162\, F_4 = 0{,}07_9 = 0{,}89_4$$
$$+0{,}054\, F_5 = 0{,}021$$
$$+0{,}005\, F_6 = \frac{0{,}001}{9{,}70_3}$$
$$10{,}844$$

$s_{\alpha_T} = 1{,}3 \cdot s_{\alpha_0} = 1{,}35 \qquad \frac{s_{\alpha_T}}{a} = 0{,}429$

$2a = 6{,}3, \quad a = 3{,}15$

$s_{\alpha_0} = 3{,}54$ $\quad 86°$

$s_{\alpha_{292}} = 3{,}54 \frac{86}{292} = 1{,}04$

0,858
1,287
1,716
2,145
2,57

II Division ½ KM, Rotation ½ KM

1) $\gamma = 2\frac{h}{2\pi}$, $l=1$: 100% : $1\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$

1 $\frac{1}{2}$ 0

$\frac{1}{2}$ 0 $-\frac{1}{2}$

0 $-\frac{1}{2}$ -1

$-\frac{1}{2}$ -1 $-1\frac{1}{2}$

$s_\alpha = 0$: $\frac{5}{9}$ $\frac{3}{15}$

$s_\alpha = \frac{1}{2}$: $\frac{5}{9}$ $\frac{6}{15}$

$s_\alpha = 1$: $\frac{5}{9}$ $\frac{4}{15}$

$s_\alpha = 1\frac{1}{2}$: $\frac{5}{9}$ $\frac{2}{15}$

2) $\gamma = 0\frac{h}{2\pi}$, $l=0$: 80%, $l=2$: 20%

$s_\alpha = 0$: $\frac{1}{9}(0{,}8 + \frac{1}{5}0{,}2) = \frac{1}{9}0{,}84$

$s_\alpha = \frac{1}{2}$: $\frac{1}{9}2\cdot\frac{1}{5}0{,}2 = \frac{1}{9}0{,}08$

$s_\alpha = 1$: $= \frac{1}{9}0{,}08$

3) $\gamma = 1\frac{h}{2\pi}$, $l=0$: 55%, $l=1$: 30%, $l=2$: 15%

$l=0$: $\frac{1}{2}$ 0 $-\frac{1}{2}$ $l=2$ $\frac{1}{2}$ 0 $-\frac{1}{2}$

$l=1$: $\frac{1}{2}$ 0 $-\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ 0

1 $\frac{1}{2}$ 0 $1\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$

0 $-\frac{1}{2}$ -1 0 $-\frac{1}{2}$ -1

$-\frac{1}{2}$ -1 $-1\frac{1}{2}$

$s_\alpha = 0$: $\frac{3}{9}\left(\frac{1}{3}\overset{0{,}183}{0{,}55} + \frac{1}{9}\overset{0{,}10}{0{,}30} + \frac{1}{15}\overset{0{,}03}{0{,}15}\right) = \frac{3}{9}\cdot 0{,}313$

$s_\alpha = \frac{1}{2}$: $\frac{3}{9}\left(\frac{2}{3}\overset{0{,}367}{0{,}55} + \frac{1}{9}\overset{0{,}183}{0{,}30} + \frac{2}{15}\overset{0{,}06}{0{,}15}\right) = \frac{3}{9}\cdot 0{,}560$

$s_\alpha = 1$: $\frac{3}{9}\left(\frac{2}{9}\overset{0{,}067}{0{,}30} + \frac{4}{15}\overset{0{,}04}{0{,}15}\right) = \frac{3}{9}\,0{,}107$

$s_\alpha = 1\frac{1}{2}$: $\frac{3}{9}\left(\frac{2}{15}0{,}15\right) = \frac{3}{9}\,0{,}020$

$$\frac{\gamma_{s=0}}{\gamma_0} = \frac{1}{9}\left\{\left[5\frac{3}{15} + 0{,}84 + 3\cdot 0{,}313\right] + \left[5\frac{6}{15} + 0{,}08 + 3\cdot 0{,}560\right] F_1\left(\frac{2s_{x_0}}{a}\right) + \left[5\frac{4}{15} + 0{,}08 + 3\cdot 0{,}107\right] F_2 + \left[5\frac{2}{15} + 3\cdot 0{,}02\right] F_3\right\}$$

$1+0{,}840+0{,}939 = 2{,}779$; $2+0{,}08+1{,}68 = 3{,}76$; $1{,}333+0{,}08+0{,}331 = 1{,}734$; $0{,}667+0{,}06 = 0{,}727$

$$= 0{,}308_8 + 0{,}417_8 F_1\left(\frac{2s_{x_0}}{a}\right) + 0{,}192_7 F_2 + 0{,}080_4 F_3 \,,\quad s_{x_0} = 3{,}54$$

308_8 ; 399_8 ; 152_8 ; 50_6 ; 902

$2a = 8{,}4$, $\frac{\frac{1}{2}s_{x_0}}{a} = \frac{s_{x_0}}{2a} = 0{,}421$; $0{,}308_8 + 0{,}389_8 + 0{,}152_8 + 0{,}050_6 = 0{,}902$

$1{,}263$; $0{,}842$

	$2a=6{,}3$	$2a=7{,}35$	$2a=8{,}4$	$2a=11{,}5$	$2a=14{,}8$
$0{,}308_8$					
$0{,}417_8$	$0{,}0455$	$0{,}0352$	$0{,}0281$	$0{,}0159$	$0{,}0104$
$0{,}192_7$	$0{,}0594$	$0{,}0480$	$0{,}0398$	$0{,}0245$	$0{,}0162$
$0{,}080_4$	$0{,}0406$	$0{,}0340$	$0{,}0290$	$0{,}0190$	$0{,}0131$
$1{,}0000$	$0{,}1455$	$0{,}1172$	$0{,}0969$	$0{,}0594$	$0{,}0397$
$\frac{1}{2}K$	$0{,}85_5$	$0{,}88_3$	$0{,}90_3$	$0{,}94_1$	$0{,}960$
$0{,}8K$	$0{,}76_8$	$0{,}80_8$	$0{,}83_9$	$0{,}89_7$	$0{,}930$
$1K$	$0{,}70_4$	$0{,}74_9$	$0{,}78_6$	$0{,}85_5$	$0{,}90_0$
	$0{,}76$	$0{,}80$	$0{,}84$	$0{,}89_5$	$0{,}94$

III Dvůr 1 KM, Rod. ½ KM

1) $Y = 2\frac{h}{2x}$, $l = 1 : 100\%$

$s_x = 0 : \frac{5}{9}\frac{1}{15}$ $s_x = 1\frac{1}{2} : \frac{5}{9}\frac{4}{15}$

$s_x = \frac{1}{2} : \frac{5}{9}\frac{4}{15}$ $s_x = 2 : \frac{5}{9}\frac{2}{15}$

$s_x = 1 : \frac{5}{9}\frac{2}{15}$ $s_x = 2\frac{1}{2} : \frac{5}{9}\frac{2}{15}$

$2\frac{1}{2}\ 2\ 1\frac{1}{2}\ 1\ \frac{1}{2}\ 0\ -\frac{1}{2}\ -1\ -1\frac{1}{2}\ -2\ -2\frac{1}{2}$

2) $Y = 0\frac{h}{2x}$, $l = 0 : 80\%$, $l = 2 : 20\%$

$s_x = 0 : \frac{1}{9}\,0{,}84$, $s_x = \frac{1}{2} : \frac{1}{9}\,0{,}08$, $s_x = 1 : \frac{1}{9}\,0{,}08$

3) $Y = 1\frac{h}{2x}$, $l = 0 : 55\%$, $l = 1 : 30\%$, $l = 2 : 15\%$

$l = 1 : 1\frac{1}{2}\ 1\ \frac{1}{2}\ 0\ -\frac{1}{2}\ -1\ -1\frac{1}{2}$

$l = 2 : 2\ 1\frac{1}{2}\ 1\ \frac{1}{2}\ 0\ -\frac{1}{2}\ -1\ -1\frac{1}{2}\ -2$

$s_x = 0 : \frac{3}{9}\left(\frac{1}{3}\overset{0{,}1833}{0{,}55} + \frac{1}{9}\overset{0{,}0333}{0{,}30} + \frac{2}{15}\overset{0{,}03}{0{,}15}\right) = \frac{3}{9}\,0{,}2467$

$s_x = \frac{1}{2} : \frac{3}{9}\left(\frac{4}{9}\overset{0{,}1333}{0{,}30} + \frac{4}{15}\overset{0{,}04}{0{,}15}\right) = \frac{3}{9}\,0{,}1733$

$s_x = 1 : \frac{3}{9}\left(\frac{2}{3}\overset{0{,}3667}{0{,}55} + \frac{2}{9}\overset{0{,}0667}{0{,}30} + \frac{4}{15}\overset{0{,}04}{0{,}15}\right) = \frac{3}{9}\,0{,}4733$

$s_x = 1\frac{1}{2} : \frac{3}{9}\left(\frac{2}{9}\overset{0{,}0667}{0{,}30} + \frac{2}{15}\overset{0{,}02}{0{,}15}\right) = \frac{3}{9}\,0{,}0867$

$s_x = 2 : \frac{3}{9}\left(\frac{2}{15}\,0{,}15\right) = \frac{3}{9}\,0{,}0200$

0,868
0,822
0,845

$$\frac{y_{s=0}}{y_0} = \frac{1}{9}\left\{\left[\overset{1{,}58}{\overset{0{,}3333}{\frac{5}{15}}} + 0{,}84 + 3\overset{0{,}74}{0{,}2467}\right] + \left[5\frac{4}{15} + 0{,}08 + 3\overset{0{,}52}{0{,}1733}\right]F_1 + \left[\overset{1{,}5}{\overset{0{,}6667}{5\frac{2}{15}}} + 0{,}08 + 3\overset{1{,}42}{0{,}4733}\right]F_2 + \left[\overset{1{,}3333}{5\frac{4}{15}} + 3\cdot\overset{0{,}26}{0{,}08\frac{2}{3}}\right]F_3 + \left[5\overset{0{,}7267}{\overset{0{,}6667}{\frac{2}{15}}} + 3\cdot\overset{0{,}06}{0{,}02}\right]F_4 + 5\overset{0{,}1667}{\overset{\frac{2}{27}}{\frac{2}{15}}}F_5\right\}$$

$$= 0{,}2126 + 0{,}2148\,F_1\left(\frac{\frac{1}{2}s_{x_0}}{a}\right) + 0{,}2407\,F_2 + 0{,}1770\,F_3 + 0{,}0807\,F_4 + 0{,}0744\,F_5, \quad s_{x_0} = 3{,}54$$

$2a = 8{,}4$ $\frac{\frac{1}{2}s_{x_0}}{a} = 0{,}421$: $0{,}2126 + 0{,}2004 + 0{,}1910 + 0{,}1130 + 0{,}0400 + 0{,}0280 = 0{,}7850$

	1	2	3	4	5
$2a = 6{,}3$ = 0,56	1,12	1,68	2,24	2,80
$2a = 7{,}35$ = 0,48	0,96	1,44	1,92	2,40
$2a = 8{,}4$ = 0,42	0,84	1,26	1,68	2,10
$2a = 11{,}5$ = 0,30	0,614	0,921	1,228	1,534
$2a = 14{,}8$ = 0,24	0,48	0,72	0,96	1,20

	$2a = 6{,}3$	$2a = 7{,}35$	$2a = 8{,}4$	$2a = 11{,}5$	$2a = 14{,}8$
0,2126					
0,2148	−0,0234	−0,0181	0,0144	0,0080	0,0054
0,2407	0,0741	0,0600	0,0496	0,0305	0,0203
0,1770	0,0890	0,0749	0,0637	0,0416	0,0289
0,0807	0,0530	0,0463	0,0406	0,0280	0,0200
0,0744	0,0570	0,0514	0,0461	0,0336	0,0250
0,9999	0,2965	0,2507	0,2144	0,1417	0,0996
	0,70	0,75	0,78	0,86	0,90

4)

III a) Dnišov 0,8 KM, Kol. 0,4 KM

$$\frac{y_{s=0}}{y_0} = 0{,}212_6 + 0{,}214_8 F_1\left(\frac{0{,}4 s_{x_0}}{a}\right) + 0{,}240_7 F_2 + 0{,}177_0 F_3 + 0{,}080_4 F_4 + 0{,}044_0 F_5$$

$2a = 8{,}4$ $\quad \frac{0{,}4 s_{x_0}}{a} = \frac{0{,}8 \cdot 3{,}54}{8{,}4} = \frac{3{,}54}{10{,}5} = 0{,}337$

$2a = 6{,}3$ $\quad \frac{0{,}4 s_{x_0}}{a} = \frac{0{,}8 \cdot 3{,}54}{6{,}3} = \frac{2{,}832}{6{,}3} = 0{,}45$

$2a = 7{,}35$ $\quad = \frac{2{,}832}{7{,}35} = 0{,}385$

$2a = 11{,}5$ $\quad = \frac{2{,}832}{11{,}5} = 0{,}246$

$2a = 14{,}8$ $\quad = \frac{2{,}832}{14{,}8} = 0{,}192$

$2a = 8{,}4$ $\quad = \frac{2{,}832}{8{,}4} = 0{,}337$

		0,2126	0,2126	0,2126
		+0,2051	-0,0162	-0,0124
		0,2037	-0,0549	-0,0434
		0,1380	-0,0690	-0,0569
		0,0494	-0,0433	-0,0367
		0,0373	-0,0386	-0,0325
		0,8398	-0,2320	0,1921

$2a = 8{,}4$	$2a = 11{,}5$	$2a = 14{,}8$
-0,0094	-0,0056	-0,0034
-0,0355	-0,0210	-0,0138
-0,0474	-0,0306	-0,0200
-0,0314	-0,0208	-0,0144
-0,0373	-0,0258	-0,0184
-0,1613	0,1033	0,0701

III b) Dnišov 0,7 KM Kol 0,35 KM

$2a = 8{,}4$ $\quad \frac{0{,}7 \cdot 3{,}54}{8{,}4} = \frac{3{,}54}{12} = 0{,}295$

0,2126	0,2126	0,2126
0,2071	-0,0141	-0,0108
0,2121	-0,0480	-0,0379
0,1395	-0,0603	-0,0497
0,0541	-0,0379	-0,0321
0,0419	-0,0338	-0,0284
0,8673	-0,2027	0,1777

$H_1 H_2$ 3,3 1,1

$\Delta\alpha_0 = 3{,}4 \frac{mm}{100}$

$\frac{I_{x=0}}{I_0} = \frac{1}{3} F\left(\frac{3{,}3\,\Delta x_0}{2a}\right) + \frac{1{,}7}{3} F\left(\frac{1{,}7\,\Delta x_0}{2a}\right) + \frac{1}{3} F\left(\frac{1{,}1\,\Delta x_0}{2a}\right)$ $\quad 2a = 11$

$= \frac{1}{3} F(1{,}02) + \frac{1}{3} F(0{,}51) + \frac{1}{3} F(0{,}34)$

$= \frac{0{,}429}{3} + \frac{0{,}907}{3} + \frac{0{,}954}{3} = \begin{array}{r} 0{,}243 \\ 0{,}302 \\ 0{,}318 \\ \hline 0{,}863 \end{array}$

$\frac{1}{3} F(3{,}5 \cdot 0{,}31)$ $\quad (1{,}5 \cdot 0{,}31$ $\quad 1{,}2$

5,3	1,09	0,465	0,372	0,703
12,2				0,920
7,5	3,0	2,0	1,0	0,946
25,0				2,569 : 3 = 0,856
				0,761
				0,871
				0,961
				2,593 : 3 = 0,862

$\Delta\alpha_0 =$

1,12	0,692
0,58	0,885
0,375	0,945
	2,522 : 3 = 0,84

$H_2^1 90°$ $1{,}1 \cdot 10^{-4}$ $\quad 21{,}2\,cm$ $\quad \frac{21}{18} = 1{,}2$

$H_2^2 90°$ $0{,}9 \cdot 10^{-4}$ $\quad 15{,}1$

$H_2^1 90°$ $1{,}7 \cdot 10^{-4}$ $\quad 25{,}3$

$H_2^1 90°$ $0{,}8 \cdot 10^{-4}$ $\quad 14{,}4$

$H_2^2 90°$ $1{,}7 \cdot 10^{-4}$ $\quad 40{,}8$

$H_2^2 90°$ $0{,}9 \cdot 10^{-4}$ $\quad 21{,}5$

$H_2^1 90°$ $0{,}45 \cdot 10^{-4}$ $\quad 26$

$H_2^2 90°$ $1 \cdot 10^{-4}$ $\quad 27$

$s_{\alpha_0} = 3{,}4 \frac{mm}{100}$ $\qquad \frac{y_{s=0}}{y_0} = \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}} = F\left(\frac{s_\alpha}{a}\right)$

Ohne Kraftschluss mit Kurvenschiff D. Rad: $\frac{y_{s_{\alpha_0}}}{y_0} = 0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}5\, F\left(\frac{2{,}5\, s_{\alpha_0}}{a}\right) = 0{,}5 + 0{,}5\, F\left(\frac{8{,}5}{5{,}5}\right)$ $\boxed{2a = 11 \frac{mm}{100}}$

mit Rad $a = 5{,}5 \frac{mm}{100}$ $\qquad = 0{,}5\,[1 + F(1{,}55)] = 0{,}5\,[1 + 0{,}542] = 0{,}771$

$\frac{y_{s=0}}{y_0} = \frac{1}{12}\left\{3 + 1 + 2\, F\left(\frac{s_{\alpha_0}}{a}\right) + 2\, F\left(1{,}5\, \frac{s_{\alpha_0}}{a}\right) + 2\, F\left(2{,}5\, \frac{s_{\alpha_0}}{a}\right) + 2\, F\left(2{,}5\, \frac{s_{\alpha_0}}{a}\right)\right\}$ $\qquad \frac{s_{\alpha_0}}{a} = \frac{3{,}4}{5{,}5} = 0{,}62$

$= \frac{1}{12}\left\{4 + 2\left[\begin{matrix} 0{,}871 \\ 641 \\ 542 \\ 363 \\ 2534 \end{matrix}\right]\right\} = \frac{1}{6}\left\{2 + 2{,}534\right\} = \frac{4{,}534}{6} = 0{,}756$

Ohne H_2 (ohne Rad): $\frac{y_{1=0}}{y_0} = 0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}5\, F\left(\frac{5\, s_{\alpha_0}}{a}\right) = 0{,}5\left[1 + F\left[\frac{3{,}4}{1{,}1}\right]\right] = \frac{1{,}186}{2} = 0{,}593$

$H^1 H^2$ $\quad +\frac{3}{2}$ $\quad +\frac{1}{2}$ $\quad -\frac{1}{2}$ $\quad -\frac{3}{2}$

ohne Rad $\quad 3{,}3 \quad 1{,}1 \quad -1{,}1 \quad -3{,}3$ $\qquad \frac{y_{1=0}}{y_0} = \frac{1}{3}\left[F\left(\frac{3{,}3\, s_{\alpha_0}}{a}\right) + F\left(\frac{1{,}7\, s_{\alpha_0}}{a}\right) + F\left(\frac{1{,}1\, s_{\alpha_0}}{a}\right)\right] = \frac{1}{3}\left[\begin{matrix} 0{,}396 \\ 734 \\ 851 \\ 1{,}981 \end{matrix}\right] = \frac{1{,}981}{3} = 0{,}660$

$+\frac{1}{2}$ $\quad -\frac{1}{2}$

$1{,}7 \quad -1{,}7$

	$2{,}5 \cdot 0{,}62$	$2{,}5 \cdot 0{,}62$	$\frac{2{,}5 \cdot 0{,}62}{2}$	$\frac{1}{3}\left[\begin{matrix} 0{,}542 \\ 0{,}542 \\ 904 \\ 1{,}988 \end{matrix}\right]$
$u_D = 0$	$1{,}55$	$1{,}55$	$0{,}52$	
	$4 \cdot 0{,}62$	$1 \cdot 0{,}62$	$\frac{4 \cdot 0{,}62}{2}$	$\frac{1}{3}\left[\begin{matrix} 0{,}291 \\ 871 \\ 798 \\ 1{,}960 \end{matrix}\right]$
$u_D = 1{,}5$	$2{,}48$	$0{,}62$	$0{,}83$	

1. H^2H^2 fl. N_2

0,84 8,4 $\frac{mm}{100}$

0,94 14,8 "

2. H^2H^2 fl. N_2

0,80 11,3-7,4 $\frac{mm}{100}$

0,90-0,89 11,5 "

3. H^0H^2 3:1

0,925 6,3 "

fl. N_2

0,76 6,3

0,69 5,0 "

0,84 5,0 " 3:1

0,885 0,913 0,860 10,2 fl N_2

$\Delta d_0 = 3,54 \frac{mm}{100}$ $\frac{8,4}{3,54} = 2,37$

$2\,\Delta d_0 = 4,1$ "

$3\,\Delta d_0 = 10,62$

$4\,\Delta d_0 = 14,2$

$$f_0 = \frac{1}{2} f_0^\circ \int_0^\infty e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}, \quad \int_0^\infty e^{-y} y\,dy = \int_\infty^0 y\,de^{-y} = y e^{-y}\Big|_\infty^0 - \int_\infty^0 e^{-y} dy = y e^{-y} + e^{-y}\Big|_\infty^0 = 1$$

$c = c_0 + \varphi \quad f_0^c = \frac{1}{2} f_0^\circ e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} 2\frac{c^3}{\alpha^2} d\frac{c}{\alpha}\left(1 - \frac{\varphi}{\Delta c_0}\right) \quad d\frac{c}{\alpha} = d\frac{\varphi}{\alpha}$

$c^2 = c_0^2 + 2c_0\varphi, \ \frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{c_0^2}{\alpha^2} + \frac{2c_0\varphi}{\alpha^2}, \ e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} = e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}}\left(1 - \frac{2c_0\varphi}{\alpha^2}\right), \ \frac{c^3}{\alpha^3} = \frac{c_0^3}{\alpha^3} + \frac{3c_0^2\varphi}{\alpha^3} = \frac{c_0^3}{\alpha^3}\left(1 + \frac{3\varphi}{c_0}\right)$

$f_0^c = \frac{1}{2} f_0^\circ e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} 2\frac{c_0^3}{\alpha^3} \frac{d\varphi}{\alpha}\left(1 - \frac{2c_0\varphi}{\alpha^2} + \frac{3\varphi}{c_0} - \frac{\varphi}{\Delta c_0}\right), \ c_0^2 = \frac{3}{2}\alpha^2$

$f_0^c = \frac{1}{2} f_0^\circ e^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}} 2 \frac{d\varphi}{\alpha}\left(1 - \frac{\varphi}{\Delta c_0}\right)$

$f_0 = \frac{1}{2} f_0^\circ e^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{2}{\alpha^2} \int_0^{\varphi = +\Delta c_0} \left(1 - \frac{\varphi}{\Delta c_0}\right) d\varphi = \frac{1}{2} f_0^\circ e^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}} 2 \frac{\Delta c_0}{\alpha^2} \int_0^{+\Delta c_0} \left(1 - \frac{\varphi}{\Delta c_0}\right) d\frac{\varphi}{\Delta c_0}$

$1 - \frac{\varphi}{\Delta c_0} = x, \ -\frac{d\varphi}{\Delta c_0} = dx, \ \varphi = 0, x = 1, \ \varphi = \Delta c_0, x = 0$

$2\int_0^{\Delta c_0} \left(1 - \frac{\varphi}{\Delta c_0}\right) d\frac{\varphi}{\Delta c_0} = 2\int_0^1 x\,dx = 1 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{1.5}{e}\right)^{\frac{3}{2}} = 0,9410$

0,1761
−0,4343
0,7418 − 1 · 1,5
0,8709 − 1
0,6127 − 1

0,1761 : 2
0,08805
1,0000 − 1
− 0,0880₅
0,9119₅

$f_0 = f_0^\circ\, 0{,}41\, \frac{\Delta c_0}{\alpha}$

$c_0 = 10^5 \frac{cm}{sec} \quad \alpha = \frac{c_0}{\sqrt{1{,}5}} = 0{,}8165$

$e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^3}{\alpha^3} \quad c = c_0 + \varphi = c_0\left(1 + \frac{\varphi}{c_0}\right), \ \frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(1 + \frac{\varphi}{c_0}\right)^2, \ \frac{c^3}{\alpha^3} = \frac{c_0^3}{\alpha^3}\left(1 + \frac{\varphi}{c_0}\right)^3, \ e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} = e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} - \frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(2\frac{\varphi}{c_0} + \frac{\varphi^2}{c_0^2}\right)$

$e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^3}{\alpha^3} = e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(2\frac{\varphi}{c_0} + \frac{\varphi^2}{c_0^2}\right)} \frac{c_0^3}{\alpha^3}\left(1 + \frac{\varphi}{c_0}\right)^3$

$\frac{\varphi}{c_0} = \frac{1}{10}, \ \frac{c_0^2}{\alpha^2} = \frac{3}{2}, \ e^{-\frac{3}{2}(0{,}21)}\, 1{,}1^3 = e^{-0{,}315} \cdot 1{,}1^3 = \frac{1{,}1^3}{e^{0{,}315}}$

0,04139 · 3
0,12417
−0,1364 ·
0,9875 − 1

0,4343 · 0,315
0,9716

$c = c_0 - \varphi = c_0\left(1 - \frac{\varphi}{c_0}\right), \ \frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(1 - \frac{\varphi}{c_0}\right)^2, \ e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} = e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} + \frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(2\frac{\varphi}{c_0} - \frac{\varphi^2}{c_0^2}\right)$

$e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^3}{\alpha^3} = e^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{3}{2}\right)^3 e^{\frac{3}{2}(0{,}19)}\, 0{,}9^3$

$e^{0{,}285} \cdot 0{,}729$

0,4343 · 0,285
0,1238
0,8627
0,9865

0,969

633 0,8014 80,14 0,
316,5 1,6028 0,4
50,64 0,2
1000,14

$$\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \frac{s_\alpha}{b}e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s-b}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} + \frac{s_\alpha}{b}e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}}$$

$$\frac{s}{b}e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \left(\frac{s}{b} + \frac{s\,s_\alpha}{b(s-b)} - \frac{s_\alpha}{b}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}}$$

$$- \frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s-b} - \frac{s_\alpha}{s}\right)$$

$$y = y_0^\circ \frac{s}{b}\left[e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \left(1+\frac{s_\alpha}{s-b} - \frac{s_\alpha}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}}\right] = y_0^\circ \frac{s}{b}\left[e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \frac{s_\alpha}{s-b}e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} - \left(1-\frac{s_\alpha}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}}\right]$$

$$\frac{s_\alpha}{s-b} - \frac{s_\alpha}{s}\,\frac{1}{1-\frac{b}{s}} = \frac{s_\alpha}{s}\left(1+\frac{b}{s}+\frac{b^2}{s^2}+\frac{b^3}{s^3}+\dots\right)$$

$$\varepsilon = \frac{s_\alpha}{s}\left(\frac{b}{s}+\frac{b^2}{s^2}+\dots\right)$$

$$e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}\left(1+\frac{b}{s}+\frac{b^2}{s^2}+\frac{b^3}{s^3}+\dots\right)} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}e^{-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2}-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^3}{s^3}\cdots} \qquad e^{-\varepsilon} = 1-\varepsilon+\frac{1}{2}\varepsilon^2-\frac{1}{6}\varepsilon^3$$

$$e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left[1-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}\left(1+\frac{b}{s}+\dots\right)+\frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2 b^2}{s^4}\left(1+\frac{b}{s}+\frac{b^2}{s^2}\right)^2-\frac{1}{6}\frac{s_\alpha^3 b^3}{s^6}\left(1+\frac{b}{s}+\dots\right)^3\right]$$

$$= e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left[1-\frac{s_\alpha b}{s^2}-\frac{s_\alpha b^2}{s^3}-\frac{s_\alpha b^3}{s^4}-\frac{s_\alpha b^4}{s^5}-\frac{s_\alpha b^5}{s^6}+\frac{1}{2}\frac{s_\alpha b^2}{s^4}+\frac{s_\alpha^2 b^3}{s^5}\right]$$

$$\frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{c_0^2}{\alpha^2} + \frac{2\varphi c_0}{\alpha^2}$$

$$dn = 2n_0 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^3}{\alpha^3} d\frac{c}{\alpha}\left(1+\frac{\varphi}{\Delta c_0}\right), \quad c = c_0 + \varphi, \quad c^2 = c_0^2\left(1+2\frac{\varphi}{c_0}\right), \quad c^3 = c_0^3\left(1+3\frac{\varphi}{c_0}\right), \quad dc = d\varphi$$

$$dn = 2n_0 e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} \frac{c_0^3}{\alpha^3} d\frac{\varphi}{\alpha}\left(1-\frac{2\varphi c_0}{\alpha^2}\right)\left(1+3\frac{\varphi}{c_0}\right) = 2n_0 e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} \frac{c_0^3}{\alpha^3}\left(1-\frac{2\varphi c_0}{\alpha^2}+3\frac{\varphi}{c_0}\right) d\frac{\varphi}{\alpha}$$

$$c_0 = \alpha, \quad (\ ) = 1 - \frac{2\varphi}{\alpha} + 3\frac{\varphi}{\alpha} = 1 + \frac{\varphi}{\alpha}, \quad \frac{2\varphi c_0}{\alpha^2} = \frac{3\varphi}{c_0}, \quad c_0^2 = \frac{3}{2}\alpha^2$$

$$\frac{d\, e^{-x^2} x^3}{dx} = \left(\frac{3}{x} - 2x\right) e^{-x^2} x^3 = 0, \quad x^2 = \frac{3}{2} = \frac{c^2}{\alpha^2}$$

$$dn = 2n_0 e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} \frac{c_0^3}{\alpha^3} d\frac{\varphi}{\alpha}\left(1 - \frac{2\varphi c_0}{\alpha^2} + \frac{3\varphi}{c_0} + \frac{\varphi}{\Delta c_0}\right) \quad c = c_0 + \varphi, \quad \frac{c_0^2 + 2c_0\varphi}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{s} = \frac{3}{2} + 2\frac{\varphi}{c_0} = \frac{3}{2}\left(1+\frac{4}{3}\frac{\varphi}{c_0}\right)$$

$$\frac{c_0^2}{\alpha^2} = \frac{3}{2}, \quad dn = 2n_0 e^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \left(1+\frac{\varphi}{\Delta c_0}\right) d\frac{\varphi}{\alpha}, \quad \frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{s} = \frac{c_0^2 + 2c_0\varphi + \varphi^2}{\alpha^2},$$

$$d\left(\frac{s_\alpha}{s}\right) = -\frac{s_\alpha}{s^2} ds = \left(\frac{2c_0}{\alpha^2} + \frac{2\varphi}{\alpha^2}\right) d\varphi = \frac{2c_0}{\alpha}\left(1+\frac{\varphi}{c_0}\right) d\frac{\varphi}{\alpha} = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{\varphi}{c_0}\right) d\frac{\varphi}{\alpha}$$

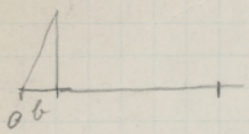
$$dn = n_0 e^{-\frac{3}{2}} \frac{3}{2} \frac{1+\frac{\varphi}{\Delta c_0}}{1+\frac{\varphi}{c_0}} \left(\frac{s_\alpha}{s^2}\right) ds, \quad \frac{s_\alpha}{s} = \frac{3}{2} + 2\frac{\varphi}{c_0}, \quad \frac{\varphi}{c_0} = \frac{1}{2}\left(\frac{s_\alpha}{s} - \frac{3}{2}\right), \quad 1 + \frac{\varphi}{c_0} = \frac{1}{2}\frac{s_\alpha}{s} - \frac{3}{4} + 1$$

$$1 + \frac{\varphi}{c_0} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}x, \quad \frac{\varphi}{\Delta c_0} = \frac{\varphi}{c_0}\frac{c_0}{\Delta c_0} = \left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right)\frac{c_0}{\Delta c_0}$$

$$\frac{s_\alpha}{s} = x, \quad \frac{dx}{ds} = -\frac{s_\alpha}{s^2}, \quad \frac{s_\alpha}{s^2} ds = -dx$$

$$df = f_0 e^{-\frac{3}{2}} \frac{3}{2} \frac{1 + \frac{c_0}{\Delta c_0}\left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right)}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}x} dx$$

$$Y = \int Y_0\left(\frac{c^2}{\alpha^2}\right) e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}, \quad \frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{s} = \frac{s_\alpha}{s - s_0} = x$$

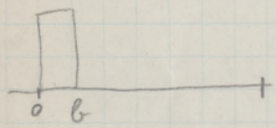


$$Y = Y_0^\circ \frac{s_0}{b}, \quad s - s_0 = \frac{s_\alpha}{x}, \quad s_0 = s - \frac{s_\alpha}{x}, \quad Y = Y_0^\circ\left(\frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b x}\right)$$

$$s_0 = 0, \; x_1 = \frac{s_\alpha}{s}, \quad s_0 = b, \; x_2 = \frac{s_\alpha}{s-b}$$

$$Y = \int_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s-b}} Y_0^\circ \frac{1}{b}\left(s - \frac{s_\alpha}{x}\right) e^{-x} x \, dx = Y_0^\circ \frac{s}{b}\left[(1+x)e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} - Y_0^\circ \frac{s_\alpha}{b}\int_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} e^{-x} dx$$

$$= Y_0^\circ\left[\frac{s}{b}(1+x)\, e^{-x} - \frac{s_\alpha}{b} e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}$$



$$Y = Y_0^\circ \int_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s-b}} e^{-x} x \, dx = Y_0^\circ\left[(1+x)e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$Y = Y_0^\circ\left[\left(\frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b} + \frac{s}{b}x\right)e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}$$

$b \ll s$, $\frac{s_\alpha}{s-b} \cdot \frac{s_\alpha}{s}\frac{1}{1-\frac{b}{s}} = \frac{s_\alpha}{s}\left(1 + \frac{b}{s} + \frac{b^2}{s^2}\right)$, $e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(1 - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2} + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{s^4}b^2\right)$

$$Y = Y_0^\circ\left[\left(\frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b} + \frac{s}{b}\frac{s_\alpha}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \left(\frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b} + \frac{s}{b}\frac{s_\alpha}{s} + \frac{s}{b}\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(1 - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha}{s^3}b^2 + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{s^4}b^2\right)\right.$$

$$+ \frac{s_\alpha}{b}\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2} - \frac{s}{b}\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} + \frac{s_\alpha}{b}\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha}{b}\frac{s_\alpha}{s}\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha}{b}\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}$$

$$Y = Y_0^\circ e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \frac{s_\alpha^2}{s^3} b \qquad - \frac{s_\alpha b}{s^2} + \frac{s_\alpha^2 b}{s^3} + \qquad \frac{s_\alpha^2}{s^2} - \frac{s_\alpha^2}{s^2} - \frac{s_\alpha^2}{s^3} b$$

$$Y = Y_0^\circ\left[\left(1 + \frac{s_\alpha}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \left(1 + \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(1 - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}\right)\right] = Y_0^\circ e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \frac{s_\alpha^2}{s^3} b = Y_0^\circ \frac{b}{s_\alpha} e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(\frac{s_\alpha^3}{s}\right)$$

$$- \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha^2}{s^3} b$$

$$Y = Y_0^\circ\left[\left(\frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b} + \frac{s}{b}\frac{s_\alpha}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \frac{s}{b}\left(1 - \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha b}{s^2} + \frac{s_\alpha b^2}{s^3}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(1 - \frac{s_\alpha b}{s^2} - \frac{s_\alpha b^2}{s^3} + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2 b^2}{s^4}\right)\right.$$

$$+ \frac{s_\alpha b}{s^2} + \frac{s_\alpha b^2}{s^3} - \frac{s_\alpha^2 b^2}{s^4}$$

$$Y = Y_0^\circ e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \frac{1}{2} \frac{s_\alpha^2 b^2}{s^4} \frac{s}{b} = Y_0^\circ \frac{1}{2} \frac{b}{s_\alpha} e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(\frac{s_\alpha^3}{s}\right)$$

$0 \quad t_0 \qquad t_1 \quad t_2 = t_1 + t_0$

$t_1 = \frac{l}{c}, \; c = \frac{l}{t_1}, \; c - \Delta c = \frac{l}{t_1 + t_0}$

$0 \quad \Delta t \qquad t \quad t + \Delta t$

$t = \frac{l}{c}, \; t + \Delta t = \frac{l}{c - \Delta c}, \; t - \Delta t = \frac{l}{c + \Delta c}$

$= \frac{l}{c\left(1 - \frac{\Delta c}{c}\right)}$

$t\left(1 + \frac{\Delta t}{t}\right) = \frac{l}{c}\left(1 + \frac{\Delta c}{c}\right)$

$t = \frac{s}{u} \quad \Delta t = \frac{\Delta s}{u}, \; c_0 = \frac{l}{t} = \frac{lu}{s} \quad l = 5\,cm, \; u = 2 \cdot 10^4 \frac{cm}{sec}, \; s = 1\,cm, \; c = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^4}{1} = 10^5 \frac{cm}{sec}$

$dn = n_0 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}\left(1 - \frac{|\varepsilon|}{\Delta c_0}\right), \; c = c_0 \pm \varepsilon, \; c^2 = c_0^2 \pm 2c_0\varepsilon, \; \frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{c_0^2}{\alpha^2} \pm \frac{2c_0\varepsilon}{\alpha^2} + \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}, \; d\frac{c^2}{\alpha^2} = \pm\frac{2c_0}{\alpha^2} d\varepsilon\left(1 \pm \frac{\varepsilon}{c_0}\right)$

$e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} = e^{-\frac{c_0^2 \pm 2c_0\varepsilon}{\alpha^2}} = e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} e^{\mp\frac{2c_0\varepsilon}{\alpha^2}} = e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}}\left(1 \mp \frac{2c_0\varepsilon}{\alpha^2}\right), \quad = \frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(1 \pm \frac{2\varepsilon}{c_0}\right)$

$dn = \pm n_0 e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}}\left(1 \mp \frac{2c_0|\varepsilon|}{\alpha^2}\right) \frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(1 \pm \frac{2\varepsilon}{c_0}\right) 2\frac{c_0}{\alpha^4} d\frac{\varepsilon}{\alpha} = \pm 2n_0 e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} \frac{c_0^3}{\alpha^3}\left(1 \mp \frac{2c_0\varepsilon}{\alpha^2} + \frac{2\varepsilon}{c_0}\right) d\frac{\varepsilon}{\alpha}$

$c = c_0 + \varepsilon = c_0\left(1 + \frac{\varepsilon}{c_0}\right), \; c^2 = c_0^2 + 2\varepsilon c_0 + \varepsilon^2 = c_0^2\left(1 + \frac{\varepsilon}{c_0}\right)^2 = c_0^2\left(1 + 2\frac{\varepsilon}{c_0} + \frac{\varepsilon^2}{c_0^2}\right)$

$e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} = e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2} - \frac{2\varepsilon c_0}{\alpha^2} - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}} = e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}}\left(1 - \frac{2\varepsilon c_0}{\alpha^2} - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2} + \frac{1}{2}\frac{4\varepsilon^2 c_0^2}{\alpha^4}\right)$

$\frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(1 + 2\frac{\varepsilon}{c_0} + \frac{\varepsilon^2}{c_0^2}\right), \; d\frac{c^2}{\alpha^2} = \frac{c_0^2}{\alpha^2}\left(2\frac{d\varepsilon}{c_0} + \frac{2\varepsilon d\varepsilon}{c_0^2}\right) = \frac{c_0^2}{\alpha^2}\frac{2}{c_0}\left(1 + \frac{\varepsilon}{c_0}\right) d\varepsilon = 2\frac{c_0}{\alpha}\left(1 + \frac{\varepsilon}{c_0}\right)\frac{d\varepsilon}{\alpha}$

$dn = 2n_0 e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} \frac{c_0^3}{\alpha^3} d\frac{\varepsilon}{\alpha}\left(1 - \frac{2\varepsilon c_0}{\alpha^2} - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2} + \frac{2\varepsilon^2 c_0^2}{\alpha^4}\right)\left(1 + 2\frac{\varepsilon}{c_0} + \frac{\varepsilon^2}{c_0^2}\right)\left(1 + \frac{\varepsilon}{c_0}\right)$

$- \frac{2\varepsilon^2}{\alpha^2}$

$\left(1 - \frac{2\varepsilon c_0}{\alpha^2} + \frac{\varepsilon}{c_0} - \frac{3\varepsilon^2}{\alpha^2} + \frac{2\varepsilon^2 c_0^2}{\alpha^4}\right)\left(1 + 2\frac{\varepsilon}{c_0} + \frac{\varepsilon^2}{c_0^2}\right)$

$- \quad + \frac{2\varepsilon}{c_0} + \frac{4\varepsilon^2}{\alpha^2} + \frac{\varepsilon^2}{c_0^2}$

$dn = 2n_0 e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}} \frac{c_0^3}{\alpha^3} d\frac{\varepsilon}{\alpha}\left(1 - \frac{2\varepsilon c_0}{\alpha^2} + 3\frac{\varepsilon}{c_0} + \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2} + \frac{\varepsilon^2}{c_0^2} + \frac{2\varepsilon^2 c_0^2}{\alpha^4}\right)$

$$\int_0^x e^{-x^2}dx = x\left(1-\frac{x^2}{3}+\frac{x^4}{10}-\frac{x^6}{6\cdot 7}+\frac{x^8}{24\cdot 8}\right.$$

$x=1$ $\quad 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{10}-\frac{4\cdot 8^5-7}{24\cdot 7\cdot 8}$

$1-\frac{7}{30}-\frac{1+\frac{1}{32}}{56}$ $\quad 1,0000 - 0,2333 - 0,0186 = 0,748$

$1-0,2333-0,0186$ $\quad 0,7481$

$0,4667+0,11 \quad \frac{\sqrt{2\pi}}{2}\Phi(1) = 0,886\cdot 0,8427 = 0,747$

$$\int_{x=1}^{\infty} e^{-x^2}dx = \frac{2}{x}e^{-x^2}\frac{1}{2},\ x=1,\ e^{-1}=0,368$$

$$\int_x^{\infty} e^{-x^2}dx = \int_0^{\infty} e^{-x^2}dx - \int_0^x e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \int_0^x e^{-x^2}dx = 0,886 - \int_0^x e^{-x^2}dx$$

$0,747$

$0,139$

$$2\int_0^x e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi} - \frac{e^{-x^2}}{x}\left(1-\frac{1}{2x^2}+\dots\right) = 2\left(\int_0^{\infty} e^{-x^2}dx - \int_x^{\infty} e^{-x^2}dx\right)$$

$$\sqrt{\pi} - \frac{e^{-x^2}}{x}\left(1-\frac{1}{2x^2}+\dots\right) = \sqrt{\pi} - 2\int_x^{\infty} e^{-x^2}dx$$

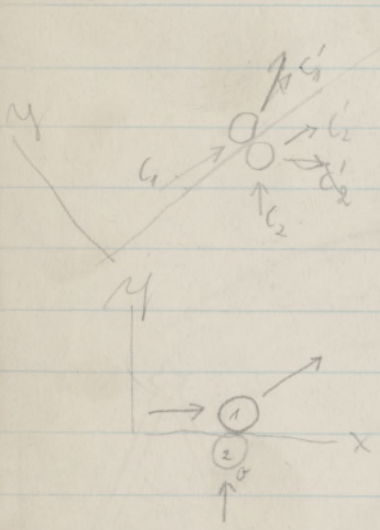
$$\int_x^{\infty} e^{-x^2}dx = \frac{e^{-x^2}}{2x}\left(1-\frac{1}{2x^2}\right)$$

$x=1 \quad \frac{e^{-1}}{2}$

2)

$$u = \bar{u} + \xi, \quad u^2 = (\bar{u})^2 + \xi^2 + 2\xi\bar{u}, \quad \xi^2 = u^2 - (\bar{u})^2, \quad \frac{\xi^2}{(\bar{u})^2} = \frac{\overline{u^2} - (\bar{u})^2}{(\bar{u})^2}$$

u



$$m|c_1| + m|c_2| = m|c_1'| + m|c_2'|$$

$$|c_1|^2 + |c_2|^2 = |c_1'|^2 + |c_2'|^2$$

$$2|c_1||c_2| = 2|c_1'||c_2'|$$

$$|c_1| - |c_2| = |c_1'| - |c_2'| \quad |c_1| = |c_1'| \quad |c_2| = |c_2'|$$

$$u_1 = u_1', \; v_1 = -v_1' \quad u_2 = u_2' \quad v_2 = -v_2'$$

$$u_1 = c_1 \quad v_1 = 0 \quad u_2 = 0 \quad v_2 = c_2$$

$$u_1' + u_2' = u_1 \quad v_1' + v_2' = v_2 \quad u_1' = u_1 \quad v_2' = 0 = v_1$$

$$u_1'^2 + u_2'^2 + v_1'^2 + v_2'^2 = u_1^2 + v_2^2 \quad u_2' = 0 = u_2 \quad v_1' = v_2$$

$$u_1^2 + v_2^2 = u_1^2 + v_2^2$$

$$u_1' + u_2' = u_1 + u_2 \quad v_1' + v_2' = v_1 + v_2, \quad u_1' = u_1, \quad u_2' = u_2$$

$$u_1'^2 + u_2'^2 + v_1'^2 + v_2'^2 = u_1^2 + u_2^2 + v_1^2 + v_2^2$$

$$v_1' v_2' = v_1 v_2, \quad v_1' = 0, \; v_2' = v_2 \text{ ghjfl ieuwjf.}$$

$$v_1' = v_2, \; v_2' = v_1 \text{ kbfg}$$

$$u_1 = c_1 \quad v_1 = 0 \quad u_2 \quad v_2 \qquad u_1' = u_1, \; u_2' = u_2$$

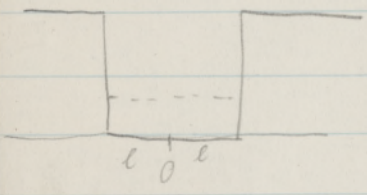
$$u_1' + u_2' = u_1 + u_2, \; v_1' + v_2' = v_2, \; v_1'^2 + v_2'^2 = v_2^2 \quad 2v_1'v_2' = 0, \; v_1' = 0 \; v_2' = v_2 \text{ ljyjeiojl}$$

$$v_2' = 0, \; v_1' = v_2 \text{ kbfg}$$

$$= v_1'$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W-V)\psi = 0$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}, \quad \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$



$$\psi = a\cos\frac{\pi}{2}\frac{x}{l}$$

$$x = 0, \psi = a$$

$$x = l, \psi = 0$$

$$x = -l, \psi = 0$$

$$\cos x + i\sin x = e^{ix}$$

$$\cos x - i\sin x = e^{-ix}$$

$$\psi = \frac{a}{2}\left(e^{2\pi i\frac{x}{4l}} + e^{-2\pi i\frac{x}{4l}}\right)$$

$$x = 0, \psi = \frac{a}{2}2 = a, \quad x = l, \psi = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{\pi}{2}i} + e^{-\frac{\pi}{2}i}\right) = a\cos\frac{\pi}{2} = 0, \quad x = -l, \psi = 0$$

$$\int_{-l}^{+l} |\psi|^2 dx = 1 = a^2\int_{-l}^{+l}\cos^2\frac{\pi}{2}\frac{x}{l}dx = \frac{2l}{\pi}a^2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos^2 y\,dy = \frac{2l}{\pi}a^2\frac{\pi}{2} = la^2, \quad a^2 = \frac{1}{l}, \quad a = \frac{1}{\sqrt{l}}$$

$$\frac{a^2}{4}\int_{-l}^{+l}\left(e^{\pi i\frac{x}{l}} + 2 + e^{-\pi i\frac{x}{l}}\right)dx = \frac{a^2}{4}\left(2l + \frac{l}{\pi i}\int_{-i\pi}^{i\pi}e^y dy - \frac{l}{\pi i}\int_{i\pi}^{-i\pi}e^y dy\right) = \frac{a^2}{4}l\left[4 + \frac{2}{\pi i}\left(e^{i\pi} - e^{-i\pi}\right)\right] = a^2 l$$

$$\frac{d\psi}{dx} = -a\frac{\pi}{2l}\sin\frac{\pi}{2}\frac{x}{l}, \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} = -a\frac{\pi^2}{4l^2}\cos\frac{\pi}{2}\frac{x}{l} = -\frac{\pi^2}{4l^2}\psi$$

$$-\frac{\pi^2}{4l^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W-V) = 0, \quad \frac{1}{l^2} = \frac{32m}{h^2}(W-V), \quad \frac{1}{(4l)^2} = \frac{2m(W-V)}{h^2}, \quad \lambda = 4l = \frac{h}{\sqrt{2m(W-V)}}$$

$$W - V = \frac{1}{2}mv^2$$

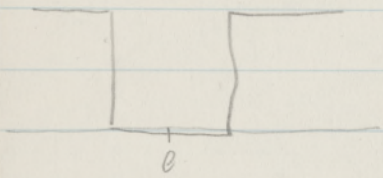
$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$k' = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(W-V)} \quad k = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(V-W)}$$

$$\psi = Ce^{-kx}, \quad \frac{d\psi}{dx} = -kCe^{-kx}, \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} = k^2\psi$$

$$k^2 + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W-V) = 0, \quad k^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2}(V-W), \quad k = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(V-W)}$$

$$k'^2 = -k^2, \quad k' = ik$$



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W-V) = 0 \qquad k' = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2mW} \qquad V = 0$$

$$-l < x < +l$$

$$\psi = a\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} = \frac{a}{2}\left(e^{2\pi i\frac{x}{\lambda}} + e^{-2\pi i\frac{x}{\lambda}}\right) = \frac{a}{2}\left(e^{ik'x} + e^{-ik'x}\right)$$

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{a}{2}ik'\left(e^{ik'x} - e^{-ik'x}\right)$$

$$+l < x < +\infty, \quad \psi = \mathcal{C}e^{-kx}, \quad \frac{d\psi}{dx} = -k\psi$$

$$V > W, \quad k = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(V-W)}$$

$$x = -l, \quad \psi_{+l} = \frac{a}{2}\left(e^{ik'l} + e^{-ik'l}\right) = \mathcal{C}e^{-kl}, \quad \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{+l} = -k\mathcal{C}e^{-kl} = \frac{a}{2}ik'\left(e^{ik'l} - e^{-ik'l}\right)$$

$$= a\cos k'l \qquad = -ak'\frac{e^{ik'l} - e^{-ik'l}}{2i} = -ak'\sin k'l$$

$$\mathcal{C}e^{-kl} = a\cos k'l, \quad k\mathcal{C}e^{-kl} = ak'\sin k'l$$

$$-\infty < x < -l, \quad \psi = \mathcal{C}e^{kx} \quad \frac{d\psi}{dx} = k\mathcal{C}e^{kx}$$

$$x = -l, \quad \psi_{-l} = k\mathcal{C}e^{-kl} = \frac{a}{2}\left(e^{-ik'l} + e^{ik'l}\right) = a\cos k'l, \quad \left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{-l} = k\mathcal{C}e^{-kl} = -ak'\frac{e^{-ik'l} - e^{ik'l}}{2i} = ak'\sin k'l$$

$$k\mathcal{C}\cos k'l = ak'\sin k'l, \quad k^2\cos^2 k'l = k'^2\sin^2 k'l, \quad \frac{k^2}{k'^2} = \operatorname{tg}^2 k'l$$

$$k^2 = k'^2\operatorname{tg}^2 k'l, \quad \frac{8\pi^2 m}{h^2}(V-W) = \frac{8\pi^2 m}{h^2}W\operatorname{tg}^2 2\pi\frac{l}{\lambda}, \quad \frac{V}{W} - 1 = \operatorname{tg}^2 2\pi\frac{l}{\lambda}$$

$$\operatorname{tg} 2\pi\frac{l}{\lambda} = \sqrt{\frac{V}{W} - 1}, \quad 2\pi\frac{l}{\lambda} = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{V}{W} - 1} \quad \text{Lösungsfkt. für } \lambda$$

$$\mathcal{C}e^{-\frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(V-W)}\,l} = a\cos 2\pi\frac{l}{\lambda} \quad \text{“} \quad \text{“} \quad \frac{\mathcal{C}}{a}$$

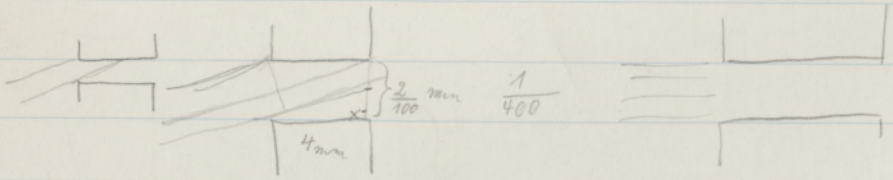
$$s = 2 s_\alpha^\circ = \frac{s_\alpha^\circ}{x}\left(1 - \frac{C_2}{x\, s_\alpha^\circ}\right), \quad x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\frac{C_2}{\frac{1}{2} s_\alpha^\circ} = \frac{1}{2} - \frac{C_2}{s_\alpha^\circ} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2C_2}{s_\alpha^\circ}\right)$$

$$\frac{ds}{dx} = -\frac{s_\alpha^\circ}{x^2} + \frac{2C_2}{x^3} = -\frac{s_\alpha^\circ}{\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1 - \frac{4C_2}{s_\alpha^\circ}\right)} + \frac{2C_2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(1 - \frac{6C_2}{s_\alpha^\circ}\right)} = -\frac{s_\alpha^\circ}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{s_\alpha^\circ}{\frac{1}{4}}\frac{4C_2}{s_\alpha^\circ} + \frac{2C_2}{\frac{1}{8}} + \frac{12C_2^2}{\frac{1}{8} s_\alpha^\circ}$$

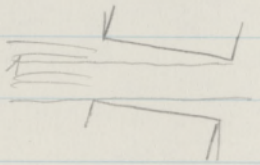
$$\frac{ds}{dx} = -\frac{s_\alpha^\circ}{0{,}5^2}\left(1 - 24\frac{C_2^2}{s_\alpha^{\circ 2}}\right), \quad e^{-x} x = e^{-\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{C_2}{s_\alpha^\circ}\right) 0{,}5\left(1 - \frac{2C_2}{s_\alpha^\circ}\right)$$

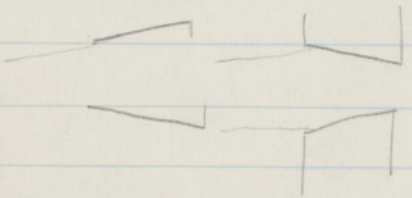
$$\frac{y}{y_0} = \frac{a}{s_\alpha^\circ}\, 0{,}5^3 e^{-0{,}5}\, \frac{1 - \frac{C_2}{s_\alpha^\circ} - \frac{2C_2^2}{s_\alpha^{\circ 2}}}{1 - 24\frac{C_2}{s_\alpha^{\circ 2}}} = \frac{a}{s_0}\, 0{,}5^3 e^{-0{,}5}\left(1 - \frac{C_2}{s_\alpha^\circ} + \frac{22 C_2^2}{s_\alpha^{\circ 2}}\right)$$

$$\frac{C_2^2}{s_\alpha^\circ} = \frac{1}{20}, \quad \frac{C_2^2}{s_\alpha^\circ} = \frac{1}{400}, \quad 24\frac{C_2^2}{s_\alpha^{\circ 2}} = \frac{6}{100}, \quad \frac{C_2}{s_\alpha^\circ} = \frac{5}{100}, \quad \frac{22 C_2^2}{s_\alpha^{\circ 2}} = \frac{5{,}5}{100}$$



$\frac{1}{10.000}\, x = \frac{4}{10.000}\, mm = \frac{4}{100}\frac{mm}{100} = 2\%$ on $2\frac{mm}{100}$





25% für $\frac{1}{400}$ =

$10\,cm = 100\,mm \quad 0{,}1\,mm = \frac{1}{1000} \quad \frac{1}{1000}\, 4\,mm = 0{,}4\frac{mm}{100}$

$$dn = w\, \mathcal{Y}_0\, ds_0\, e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{v^2}{\alpha^2} d\frac{v^2}{\alpha^2} = w\, \mathcal{Y}_0(x)\, e^{-x}\, x\, dx \cdot ds_0$$

$s' = s - s_0$, $ds' = -ds_0$ $\frac{dn}{ds'} = d\mathcal{Y} = w\, \mathcal{Y}_0(x)\, e^{-x}\, x\, dx$

$\mathcal{Y}_0(x) = \mathcal{Y}_0$ konstant von $-a < s_0 < +a$, $\mathcal{Y} = w\, \mathcal{Y}_0 (1+x) e^{-x} \Big|_{x(+a)}^{x(-a)}$

$x = \frac{v^2}{\alpha^2}$, $s' = s_\alpha \frac{\alpha^2}{v^2}$, $s - s_0 = \frac{s_\alpha}{x}$, $x = \frac{s_\alpha}{s - s_0}$, $s_0 = -a$, $x = \frac{s_\alpha}{s+a}$, $s_0 = +a$, $x = \frac{s_\alpha}{s-a}$

$s' = \frac{\alpha}{x}$, $x = 1$, $s' = s_\alpha$, $\alpha = s_\alpha$, $s_0 = s - \frac{\alpha}{x}$, $s_0 = a$, $a = s - \frac{\alpha}{x}$, $\frac{\alpha}{x} = s - a$, $x = \frac{\alpha}{s-a}$

$s' = \frac{\alpha}{x} - \frac{\beta}{x^2}$, $x = 1$, $s' = s_\alpha = \alpha - \beta = \alpha\left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)$

$s - s_0 = \frac{\alpha}{x} - \frac{\beta}{x^2}$, $s_0 = s - \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x^2}$, $s_0 = a$, $x(+a)$ bei Diff. $a = s - \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x^2}$

$a - s + \frac{\alpha}{x} - \frac{\beta}{x^2} = 0$, $(a-s)x^2 + \alpha x - \beta = 0$, $x^2 + \frac{\alpha}{a-s} x + \frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{(a-s)} = \frac{\beta}{a-s} + \frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{(a-s)^2}$

$= \left(x + \frac{1}{2}\frac{\alpha}{a-s}\right)^2$, $x = -\frac{1}{2}\frac{\alpha}{a-s} + \sqrt{\frac{\beta}{a-s} + \frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{(a-s)^2}}$

$s - a - \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x^2} = 0$, $(s-a)x^2 - \alpha x = -\beta$, $x^2 - \frac{\alpha}{s-a} x + \frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{(s-a)} = -\frac{\beta}{s-a} + \frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{(s-a)^2}$

$x_{+a} = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s-a} + \sqrt{\frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{(s-a)^2} - \frac{\beta}{s-a}} = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s-a} + \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s-a}\sqrt{1 - \frac{\beta}{(s-a)}\frac{4(s-a)^2}{\alpha^2}} = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s-a} + \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s-a}\left[1 - \frac{2\beta(s-a)}{\alpha^2}\right]$ $\left[\frac{\beta}{\alpha} \ll 1\right]$

$= \frac{\alpha}{s-a} - \frac{\beta}{\alpha}$, $s_\alpha = \alpha - \beta$, $\alpha = s_\alpha + \beta$, $x_{+a} = \frac{s_\alpha}{s-a} + \frac{\beta}{s-a} - \frac{\beta}{\alpha}$

$s' = \frac{M}{\mathcal{M}} \left|\frac{\partial \sigma}{\partial s}\right| \frac{\ell^2}{v^2} = s'_\alpha \frac{\alpha^2}{v^2} = s'_\alpha \cdot \frac{1}{x}$

$x(-a)$ bei Diff. $-s + a = \frac{\alpha}{x} - \frac{\beta}{x^2}$, $s + a - \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x^2} = 0$, $x_{-a} = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s+a} + \sqrt{\frac{1}{4}\frac{\alpha^2}{(s+a)^2} - \frac{\beta}{s+a}}$

$\frac{\beta}{\alpha} \ll 1$ $x_{-a} = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s+a} + \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s+a}\sqrt{1 - \frac{\beta}{\alpha^2}\frac{4(s+a)^2}{(s+a)}} = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s+a} + \frac{1}{2}\frac{\alpha}{s+a}\left[1 - \frac{2\beta(s+a)}{\alpha^2}\right]$

$x_{-a} = \frac{\alpha}{s+a} - \frac{\beta}{\alpha}$

$$s_\alpha = g_0 \frac{l^2}{\alpha^2}\left(1 - \frac{\gamma}{8}\frac{l^2}{\alpha^2}\right), \quad s' = g_0 \frac{l^2}{v^2}\left(1 - \frac{\gamma}{8}\frac{l^2}{v^2}\right)$$

$$\frac{s'}{s_\alpha} = \frac{\alpha^2}{v^2}\,\frac{1 - \frac{\gamma}{8}\frac{l^2}{v^2}}{1 - \frac{\gamma}{8}\frac{l^2}{\alpha^2}} = \frac{\alpha^2\frac{\alpha^2}{v^2} - \frac{\gamma}{8}l^2\frac{\alpha^4}{v^4}}{\alpha^2 - \frac{\gamma}{8}l^2} = a\frac{\alpha^2}{v^2} - b\frac{\alpha^4}{v^4}$$

$s' = \frac{c_1}{x} - \frac{c_2}{x^2}$, $c_1 = s_\alpha^m$, $X_{+a} = \frac{s_\alpha^m}{s-a} - \frac{c_2}{s_\alpha^m}$, $X_{-a} = \frac{s_\alpha^m}{s+a} - \frac{c_2}{s_\alpha^m}$

$\ddot{z} = g_0 - \gamma z$, Ansatz $z = \frac{1}{2} g_0 t^2$, $\ddot{z} = g_0 - \frac{1}{2} g_0 \gamma t^2$, $\dot{z} = g_0 t - \frac{1}{6} g_0 \gamma t^3 = g_0 t \left(1 - \frac{1}{6}\gamma t^2\right)$

$z = \frac{1}{2} g_0 t^2 - \frac{1}{24} g_0 \gamma t^4 = \frac{1}{2} g_0 t^2 \left(1 - \frac{1}{12}\gamma t^2\right)$

$z_{l_1} = \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2}{v^2}\left(1 - \frac{1}{12}\gamma \frac{l_1^2}{v^2}\right)$

$z_{l_1+l_2} = z_{l_1} + g_0 \frac{l_1}{v}\left(1 - \frac{1}{6}\gamma \frac{l_1^2}{v^2}\right)\cdot \frac{l_2}{v} = \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2}{v^2}\left(1 - \frac{1}{12}\gamma \frac{l_1^2}{v^2}\right) + \frac{1}{2} g_0 \frac{2 l_1 l_2}{v^2}\left(1 - \frac{1}{6}\gamma \frac{l_1^2}{v^2}\right)$

$= \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2 + 2 l_1 l_2}{v^2} - \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2}{v^2} \frac{1}{12}\gamma \frac{l_1^2}{v^2} - \frac{1}{2} g_0 \frac{2 l_1 l_2}{v^2} \frac{2}{12}\gamma \frac{l_1^2}{v^2}$

$= \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2 + 2 l_1 l_2}{v^2} - \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^4 + 4 l_1^3 l_2}{12 v^4}\gamma = \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2 + 2 l_1 l_2}{v^2}\left(1 - \gamma \frac{l_1^4 + 4 l_1^3 l_2}{12 (l_1^2 + 2 l_1 l_2)} \frac{1}{v^2}\right)$

$= \frac{c_1}{x} - \frac{c_2}{x^2}$, $x = \frac{v^2}{\alpha^2}$, $\frac{c_1}{x} = \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2 + 2 l_1 l_2}{v^2} = \frac{c_1 \alpha^2}{v^2}$, $c_1 = \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2 + 2 l_1 l_2}{\alpha^2} = s_\alpha^m$

$\frac{c_2}{x^2} = \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^4 + 4 l_1^3 l_2}{12 v^4}\gamma = \frac{c_2 \alpha^4}{v^4}$, $c_2 = \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^4 + 4 l_1^3 l_2}{12 \alpha^4}\gamma$

$\frac{c_2}{c_1} = \frac{l_1^4 + 4 l_1^3 l_2}{12 \alpha^4} \frac{\alpha^2}{l_1^2 + 2 l_1 l_2}\gamma = \frac{l_1^3 + 4 l_1^2 l_2}{l_1 + 2 l_2} \frac{\gamma}{12 \alpha^2} = \frac{l_1 + 4 l_2}{l_1 + 2 l_2} \frac{l_1^2 \gamma}{12 \alpha^2} = \frac{1 + 4 \frac{l_2}{l_1}}{1 + 2 \frac{l_2}{l_1}} \frac{l_1^2 \gamma}{12 \alpha^2}$

$\ddot{z} = g_0 (1 - \gamma' z) = g_0 - g_0 \gamma' z$, $\gamma = g_0 \gamma'$, $\frac{c_2}{c_1} = \gamma' \frac{1 + 4 \frac{l_2}{l_1}}{1 + 2 \frac{l_2}{l_1}} \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2}{\alpha^2}$

$l_1 = l$, $l_2 = \frac{l}{2}$, $\frac{1 + 4 \frac{l_2}{l_1}}{1 + 2 \frac{l_2}{l_1}} = \frac{1+2}{1+1} = \frac{3}{2}$, $\frac{1}{2} g_0 \frac{l_1 + 2 l_1 l_2}{\alpha^2} = \frac{1}{2} g_0 \frac{2 l^2}{\alpha^2} = s_\alpha^m$, $\frac{1}{2} g_0 \frac{l_1^2}{\alpha^2} = \frac{1}{2} g_0 \frac{l^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha^m}{2}$

$\frac{c_2}{c_1} = \gamma' \frac{3}{2} \frac{1}{6} \frac{s_\alpha^m}{2} = \frac{1}{8}\gamma' s_\alpha^m$, $s_\alpha^m = 17 \frac{mm}{100}$, $\gamma' \sim 1\%$ pro $\frac{1}{100}$ mm, $\frac{1}{8}\gamma' s_\alpha^m = \frac{1}{8} \frac{17}{100} = \frac{2{,}5}{100}$

$\frac{4 c_2}{c_1} = \frac{4 c_2}{s_\alpha^m} = \frac{1}{2}\gamma' s_\alpha^m$

$s = 2 s_\alpha^m \quad x = \frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{4}{2}2} = \frac{1}{4} \quad \frac{x^3}{1 - \frac{1}{x}}$

$$\frac{y}{y_0} = \frac{1}{2}\frac{2a}{s_\alpha^m}\frac{x^3}{1-\frac{1}{x}}e^{-x}, \quad x = \frac{1}{2}\frac{s_2^m}{s}\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{2}\frac{s}{s_2^m}}\right)$$

$s = s_\alpha^m, \quad x = \frac{1}{2}(1+\sqrt{0,5}) = \frac{1}{2}1,707 = 0,8536$ Probe 0,368

$\frac{y}{y_0} = \frac{1}{2}\frac{2a}{s_\alpha^m}\frac{0,8536^3}{1-\frac{0,25}{0,8536}}e^{-0,8536} = \frac{1}{2}\frac{2a}{s_2^m}\frac{0,6221}{1-0,2928}0,426 = \frac{1}{2}\frac{2a}{s_\alpha^m}0,375$

$s = \frac{3}{2}s_\alpha^m, \quad x = \frac{1}{2}\frac{2}{3}\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{2}\frac{3}{2}}\right) = \frac{1}{3}\left(1+\sqrt{1-\frac{3}{4}}\right) = \frac{1}{3}1,5 = 0,5 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3 e^{-\frac{2}{3}} = \frac{8}{27}0,5135 = \frac{4108}{27}$

$\frac{y}{y_0} = \frac{1}{2}\frac{2a}{s_\alpha^m}\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{1-\frac{1}{\frac{1}{2}}}e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\frac{2a}{s_\alpha^m}\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}}0,6065 = \frac{1}{2}\frac{2a}{s_\alpha^m}\frac{0,6065}{4} = \frac{1}{2}\frac{2a}{s_\alpha^m}0,1516$ Probe 0,152

$s = 35 \quad x_{-a} = \frac{14}{40} - 0,05 = 0,425 - 0,05 = 0,375$ $\quad 0,945 - 0,905 = 0,040 : 2 = 0,020$ Probe $0,931 - 0,889 = 0,0425 : 2 = 0,0213$

$x_{+a} = \frac{14}{50} - 0,05 = 0,567 - 0,05 = 0,517$

$s = 45 \quad x_{-a} = \frac{14}{50} - 0,05 = 0,340 - 0,05 = 0,290$ $\quad 0,965 - 0,945 = 0,020 : 2 = 0,010$ Probe $0,954 - 0,931 = 0,0225$

$x_{+a} = \frac{14}{40} - 0,05 = 0,425 - 0,05 = 0,375$

$dn = \frac{1}{2}y_0 2a\, e^{-x} x\, dx = \frac{1}{2}y_0 2a\, e^{-x} x \frac{dx}{ds} ds, \quad y = \frac{dn}{ds} = \frac{1}{2}y_0 2a\, e^{-x} x \frac{dx}{ds}$

$\frac{y}{y_0} = a e^{-x} x \frac{dx}{ds}, \quad x = \frac{v^2}{\alpha^2}, \quad s = \frac{s_\alpha}{x}, \quad x = \frac{s_\alpha}{s}, \quad \frac{dx}{ds} = -\frac{s_\alpha}{s^2} = -\frac{x^2}{s_\alpha}, \quad \frac{y}{y_0} = \frac{a}{s_\alpha}e^{-x}x^3$

$\frac{ds}{dx} = -\frac{s_\alpha}{x^2}, \quad \frac{dx}{ds} = -\frac{x^2}{s_\alpha}, \quad \frac{y}{y_0} = \frac{a e^{-x} x}{\frac{ds}{dx}}, \quad s = \frac{s_\alpha}{x}, \quad \frac{ds}{dx} = -\frac{s_\alpha}{x^2} \quad \frac{y}{y_0} = \frac{a e^{-x} x}{\frac{s_\alpha}{x^2}} = \frac{a e^{-x} x^3}{s_\alpha}$

$s = \frac{s_\alpha^m}{x} - \frac{c_2}{x^2}, \quad \frac{ds}{dx} = -\frac{s_2^m}{x^2} + \frac{2c_2}{x^3} \quad \frac{y}{y_0} = \frac{a e^{-x} x}{\frac{s_2^m}{x^2} - \frac{2c_2}{x^3}} = \frac{a e^{-x} x^3}{s_2^m - \frac{2c_2}{x}}$

$s' = \frac{c_1}{x} - \frac{c_2}{x^2}$, $x = \frac{v^2}{\alpha^2}$, $s' = 0 = \frac{c_1}{x_0} - \frac{c_2}{x_0^2}$, $0 = c_1 x_0 - c_2$, $x_0 = \frac{c_2}{c_1} = \frac{v_0^2}{\alpha^2}$

$dn = \frac{1}{2} y_0 \, ds_0 \, e^{-x} x \, dx$, $dn = \frac{1}{2} y_0 2a \, e^{-x} x \, dx$, $dn = \frac{1}{2} y_0 2a \, e^{-x} x \, dx$

$s' = s = \frac{c_1}{x} - \frac{c_2}{x^2}$, $ds = \left(-\frac{c_1}{x^2} + \frac{2c_2}{x^3}\right) dx$

$s = \frac{s_\alpha}{x}$, $ds = -\frac{s_\alpha}{x^2} dx$, $dx = -x^2 \frac{1}{s_\alpha} ds$, $|dn| = \frac{1}{2} y_0 \frac{2a}{s_\alpha} e^{-x} x^3 ds$

$\frac{y}{y_0} = \frac{|dn|}{ds} \frac{1}{y_0} = \frac{1}{2} \frac{2a}{s_\alpha} e^{-x} x^3 = \frac{1}{2} \frac{2a}{s_\alpha} e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^3$

$s = \frac{c_1}{x} - \frac{c_2}{x^2}$, $ds = -\left(\frac{c_1}{x^2} - \frac{2c_2}{x^3}\right) dx$, $x^2 s - c_1 x + c_2 = 0$, $x^2 - \frac{c_1}{s} x = -\frac{c_2}{s}$

$x = \frac{1}{2} \frac{c_1}{s} + \sqrt{\frac{1}{4} \frac{c_1^2}{s^2} - \frac{c_2}{s}}$, $\frac{y}{y_0} = \frac{|dn|}{ds} \frac{1}{y_0} = \frac{1}{2} \frac{2a \, x}{\frac{c_1}{x^2} + \frac{2c_2}{x^3}} e^{-\left(\frac{1}{2}\frac{c_1}{s} + \frac{1}{2}\frac{c_1}{s}\sqrt{1 - \frac{4c_2 s}{c_1^2}}\right)}$

$c_2 = 0$ $\frac{y}{y_0} = \frac{1}{2} \frac{2a \, x}{\frac{c_1}{x^2}} e^{-\frac{c_1}{s}}$, $c_1 = s_\alpha$, $x = \frac{s_\alpha}{s}$, $\frac{y}{y_0} = \frac{1}{2} \frac{2a}{s_\alpha} \left(\frac{s_\alpha}{s}\right)^3 e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$

$c_1 = s_\alpha^m$, c_2 [illegible] $\frac{3}{4} s_\alpha^m = \frac{s_\alpha^m}{1} - \frac{c_2}{1}$, $c_2 = \frac{1}{4} s_\alpha^m$ $2c_2 = \frac{1}{2} s_\alpha^m$

$s = s_\alpha^m$, $c_1 = s_\alpha^m$, $c_2 = \frac{1}{2} s_\alpha^m$, $x = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \frac{1}{4} s_\alpha^m \cdot s_\alpha^m}{s_\alpha^m}} = \frac{1}{2}$

$1{,}8536 \, e^{-0{,}8536} = 0{,}790$

$e^{-0{,}8536} = \frac{0{,}790}{1{,}8536} = 0{,}426$

$\left(\frac{y}{y_0}\right)_{s_\alpha^m} = \frac{1}{2} y_0 \frac{2a}{s_\alpha^m} \frac{\frac{1}{2}}{4 - 4} e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} y_0 \frac{2a}{s_\alpha^m} \frac{1}{8} e^{-\frac{1}{2}}$ [illegible] $\frac{1}{2} y_0 \frac{2a}{s_\alpha^m} 1 e^{-1}$

$0{,}6065 \cdot 8$

$0{,}076$

$0{,}368$

$c_1 = s_\alpha^m$, $c_2 = \frac{1}{8} s_\alpha^m$, $s = s_\alpha^m$, $x = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} 1 \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{1}{8}} = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{0{,}5}\right) = \frac{1}{2} 1{,}707 = 0{,}8536$

$\frac{y}{y_0} = \frac{1}{2} \frac{2a}{s_\alpha^m} \frac{0{,}8536}{\frac{1}{0{,}8536^2} - \frac{0{,}25}{0{,}8536^3}} e^{-0{,}8536} = \frac{1}{2} \frac{2a}{s_\alpha^m} \frac{0{,}8536^3}{1 - \frac{0{,}25}{0{,}8536}} e^{-0{,}8536}$

$\lg 0{,}8536 = 0{,}9313 - 1 \cdot 3 \quad 0{,}3979$
$0{,}4939 - 1 \quad -0{,}9313$
$0{,}4666 - 1$

$= \frac{1}{2} \frac{2a}{s_\alpha^m} \frac{0{,}6221}{1 - 02928} 0{,}426 = \frac{1}{2} \frac{2a}{s_\alpha^m} 0{,}375$

$0{,}4072$

$$\frac{y}{y_0} = \frac{1}{2}(1+x)e^{-x}\Big|_{x_{-a}}^{x_{+a}}$$

$$x_{-a} = \frac{s_\alpha^m}{s+a} - \frac{C_2}{s_\alpha^m} \qquad x_{-a} = \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^m}{s+a}\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{2}\gamma'(s+a)}\right)$$

$$x_{+a} = \frac{s_\alpha^m}{s-a} - \frac{C_2}{s_\alpha^m} \qquad x_{+a} = \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^m}{s-a}\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{2}\gamma'(s-a)}\right)$$

$s_\alpha^m = 17\,\frac{mm}{100}$, $a = 5\,\frac{mm}{100}$, $\frac{C_2}{s_\alpha^m} = 0{,}025$

$5\%_{\text{ofs}}\,\frac{m}{100}$

$s=10$ $\quad x_{-a} = \frac{17}{15} - 0{,}025 = 1{,}133 - 0{,}025 = 1{,}108$

$x_{+a} = \frac{17}{5} - 0{,}025 = 3{,}400 - 0{,}025 = 3{,}375$

0,696 − 0,150 = 0,546 : 2 = 0,273 | 0,687 − 0,147 = 0,540 : 2 = 0,270

$s=15$ $\quad x_{-a} = \frac{17}{20} - 0{,}025 = 0{,}850 - 0{,}025 = 0{,}825$

$x_{+a} = \frac{17}{10} - 0{,}025 = 1{,}700 - 0{,}025 = 1{,}675$

0,800 − 0,501 = 0,299 : 2 = 0,1495 | 0,791 − 0,493 = 0,298 : 2 = 0,149 | 0,809 − 0,509 = 0,300 : 2 = 0,150

$s=20$ $\quad x_{-a} = \frac{17}{25} - 0{,}025 = 0{,}680 - 0{,}025 = 0{,}655$

$x_{+a} = \frac{17}{15} - 0{,}025 = 1{,}133 - 0{,}025 = 1{,}108$

0,860 − 0,696 = 0,164 : 2 = 0,082 | 0,851 − 0,687 = 0,164 : 2 = 0,082 | 0,868 − 0,705 = 0,163 : 2 = 0,0815

$s=25$ $\quad x_{-a} = \frac{17}{30} - 0{,}025 = 0{,}567 - 0{,}025 = 0{,}542$

$x_{+a} = \frac{17}{20} - 0{,}025 = 0{,}850 - 0{,}025 = 0{,}825$

0,896 − 0,800 = 0,096 : 2 = 0,048 | 0,889 − 0,791 = 0,098 : 2 = 0,049 | 0,905 − 0,809 = 0,096 : 2 = 0,048

$s_{l_1} = \frac{1}{2}g_0\frac{l_1^2}{v^2}$, $s_{l_1+l_2} = \frac{1}{2}g_0\frac{l_1^2}{v^2} + g_0\frac{l_1 l_2}{v^2} = \frac{1}{2}g_0\frac{l_1^2}{v^2}\left(1+2\frac{l_2}{l_1}\right)$, $2\frac{l_2}{l_1} = 1$ $\quad \frac{s_{l_2}}{s_{l_1}} = \frac{2}{1}$

$\gamma' = 4\%\,\text{ofs}\,\frac{1}{100}\,m$, $\frac{1}{2}\gamma' = \frac{2}{100}$

$s=20$ $\quad x_{-a} = \frac{17}{25}\,\frac{1+\sqrt{1-\frac{2}{100}25}}{2} = \frac{17}{25}\,\frac{1+\sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{17}{25}\,\frac{1{,}707}{2} = \frac{17}{25}\,0{,}8536 = 0{,}580$

$x_{+a} = \frac{17}{15}\,\frac{1+\sqrt{1-\frac{2}{100}15}}{2} = \frac{17}{15}\,\frac{1+\sqrt{0{,}7}}{2} = \frac{17}{15}\,\frac{1{,}8367}{2} = \frac{17}{15}\,0{,}9184 = 1{,}041$

0,680 − 0,100 = 0,580 | 0885 − 0721 = 0,164 : 2 = 0,082

1,133 − 0,092 | 1 − 0,0816

$$\frac{y}{y_0} = a e^{-x} x \frac{dx}{ds}; \frac{d\frac{y}{y_0}}{ds} = a \frac{d(e^{-x}x)}{dx}\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + a e^{-x} x \frac{d^2x}{ds^2} = 0$$

$$\frac{de^{-x}x}{dx} = e^{-x} - xe^{-x}, (1-x)\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + x\frac{d^2x}{ds^2} = 0, x = \frac{s_\alpha}{s}, \frac{dx}{ds} = -\frac{s_\alpha}{s^2}, \frac{d^2x}{ds^2} = \frac{2s_\alpha}{s^3}$$

$$(1-x)\frac{s_\alpha^2}{s^4} + x\frac{2s_\alpha}{s^3} = 0 = \frac{s_\alpha^2}{s^4} - \frac{s_\alpha^3}{s^5} + \frac{2s_\alpha^2}{s^4} = 0, 1 - \frac{s_\alpha}{s} + 2 = 0, \frac{s_\alpha}{s_m} = 3$$

$$s = \frac{s_\alpha^0}{x} - \frac{c_2}{x^2}, \frac{ds}{dx} = -\frac{s_\alpha^0}{x^2} + \frac{2c_2}{x^3}, \frac{dx}{ds} = -\frac{1}{\frac{s_\alpha^0}{x^2} - \frac{2c_2}{x^3}}, \frac{d^2x}{ds^2} = \frac{d\frac{dx}{ds}}{dx}\frac{dx}{ds}$$

$$(1-x)\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + x\frac{d\frac{dx}{ds}}{dx}\frac{dx}{ds} = 0, (1-x)\frac{dx}{ds} + x\frac{d\frac{dx}{ds}}{dx} = 0$$

$$\frac{(1-x)}{\frac{ds}{dx}} + x\frac{d\frac{1}{\frac{ds}{dx}}}{dx} = \frac{1-x}{\frac{ds}{dx}} - x\frac{1}{\left(\frac{ds}{dx}\right)^2}\frac{d^2s}{dx^2} = 0, 1 - x - x\frac{1}{\frac{ds}{dx}}\frac{d^2s}{dx^2} = 0$$

$$s = \frac{s_\alpha}{x}, \frac{ds}{dx} = -\frac{s_\alpha}{x^2}, \frac{d^2s}{dx^2} = \frac{2s_\alpha}{x^3}, 1 - x_m + x_m\frac{x_m^2}{s_\alpha}\frac{2s_\alpha}{x_m^3} = 0, 1 - x_m + 2 = 0, x_m = 3$$

$$s = \frac{s_\alpha^0}{x} - \frac{c_2}{x^2}, \frac{ds}{dx} = -\frac{s_\alpha^0}{x^2} + \frac{2c_2}{x^3}, \frac{d^2s}{dx^2} = \frac{2s_\alpha^0}{x^3} - \frac{6c_2}{x^4}$$

$$1 - x_m + x_m\frac{\frac{2s_\alpha^0}{x_m^3} - \frac{6c_2}{x_m^4}}{\frac{s_\alpha^0}{x_m^2} - \frac{2c_2}{x_m^3}} = 1 - x_m + \frac{2s_\alpha^0 x_m - 6c_2}{s_\alpha^0 x_m - 2c_2} = 0$$

$$x_m = 1 + 2\frac{1 - 3\frac{c_2}{s_\alpha^0 x_m}}{1 - 2\frac{c_2}{s_\alpha^0 x_m}}, \frac{c_2}{s_\alpha^0 x_m} \ll 1, x_m = 1 + 2\left(1 - \frac{c_2}{s_\alpha^0 x_m}\right), x_m = 3, x_m = 3 - \frac{2c_2}{3s_\alpha^0}$$

$$s = s_\alpha^0, s_\alpha^0 = \frac{s_\alpha^0}{x} - \frac{c_2}{x^2} = \frac{s_\alpha^0}{x}\left(1 - \frac{c_2}{s_\alpha^0 x}\right) \quad x = 1 - \frac{c_2}{s_\alpha^0 x} \quad x = \frac{s_\alpha^0}{s} = 1 \quad x = 1 - \frac{c_2}{s_\alpha^0}$$

$$\frac{y}{y_0} = \frac{a}{s_\alpha}\frac{e^{-x}x}{\left(1 - 6\frac{c_2^2}{s_\alpha^{02}}\right)} = \frac{a}{s_\alpha^0}\frac{e^{-1}\left(1 + \frac{c_2}{s_\alpha^0}\right)\left(1 - \frac{c_2}{s_\alpha^0}\right)}{1 - 6\frac{c_2^2}{s_\alpha^{02}}}$$

$$= \frac{a}{s_\alpha^0}e^{-1}\left(1 + 5\frac{c_2^2}{s_\alpha^{02}}\right)$$

$$\frac{ds}{dx} = -\frac{s_\alpha^0}{1 - 2\frac{c_2}{s_\alpha^0}} + \frac{2c_2}{1 - 3\frac{c_2}{s_\alpha^0}} = -s_\alpha^0\left(1 + 2\frac{c_2}{s_\alpha^0}\right) + 2c_2\left(1 + 3\frac{c_2}{s_\alpha^0}\right)$$

$$= -s_\alpha^0 - 2c_2 + 2c_2 + 6\frac{c_2^2}{s_\alpha^0}$$

$$dn = w\, \mathcal{Y}_0 ds_0 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{v^2}{\alpha^2} d\frac{v^2}{\alpha^2} = w\, \mathcal{Y}_0 ds_0 e^{-x} x\, dx \quad , x = \frac{v^2}{\alpha^2}$$

$$s = s_\alpha \frac{\alpha^2}{v^2} \; , \; x = \frac{s_\alpha}{s} , \; dx = -\frac{s_\alpha}{s^2} ds \; , \; x\, dx = -\frac{s_\alpha^3}{s^3} d\frac{s}{s_\alpha}$$

$$dn = w\, \mathcal{Y}_0 ds_0 e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \frac{s_\alpha^3}{s^3} d\frac{s}{s_\alpha} \; , \; d\mathcal{Y} = \frac{dn}{ds} = w\, \mathcal{Y}_0 e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \frac{s_\alpha^3}{s^3} d\frac{s_0}{s_\alpha} \; .$$

$$dn = w\, \mathcal{Y}_0 ds_0 e^{-x} x\, dx \; , \; x = \frac{v^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{s'} \; , \; s' = s - s_0 , \; ds' = -ds_0$$

$$\frac{dn}{ds'} = d\mathcal{Y} = \left|\frac{dn}{ds_0}\right| = w\, \mathcal{Y}_0(x) e^{-x} x\, dx \; , \; x = \frac{s_\alpha}{s - s_0}$$

$$\mathcal{Y}_0 = \mathcal{Y}_0 \text{ für } -a < x < +a, \text{ sonst } 0, \quad \mathcal{Y} = w\, \mathcal{Y}_0 \int_{\frac{s_\alpha}{s-a}}^{\frac{s_\alpha}{s+a}} e^{-x} x\, dx = w\, \mathcal{Y}_0 (1+x) e^{-x} \Big|_{\frac{s_\alpha}{s-a}}^{\frac{s_\alpha}{s+a}}$$

$$dn = w\, \mathcal{Y}_0 ds_0 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{v^2}{\alpha^2} d\frac{v^2}{\alpha^2} = w \mathcal{Y}_0 ds_0 e^{-x} x\, dx \; , \; s' = s - s_0 , \; ds' = -ds_0$$

$$\frac{dn}{ds'} = d\mathcal{Y} = w\, \mathcal{Y}_0(x) e^{-x} x\, dx \; , \; x = \frac{v^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{s'} = \frac{s_\alpha}{s - s_0}$$

$$x = \frac{s_\alpha}{s - s_0} \; , \; s - s_0 = \frac{s_\alpha}{x} \; , \; s_0 = s - \frac{s_\alpha}{x} \; , \; \mathcal{Y}_0(s_0) = \mathcal{Y}_0\left(s - \frac{s_\alpha}{x}\right)$$

$$\mathcal{Y}_0 = \mathcal{Y}_0^0 \left(1 - \frac{s_0}{b}\right) \text{ für } 0 < s_0 < b, \text{ sonst } \mathcal{Y}_0 = 0$$

$$1 - \frac{s_0}{b} = 1 - \frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{bx} =$$

$$\mathcal{Y}_1 = w\, \mathcal{Y}_0^0 \int_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} \left(1 - \frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{bx}\right) e^{-x} x\, dx = w\, \mathcal{Y}_0^0 \left[\left(1 - \frac{s}{b}\right)(1+x) e^{-x} \Big|_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} + \frac{s_\alpha}{b} \int_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} e^{-x} dx\right]$$

$$\mathcal{Y}_1 = w\, \mathcal{Y}_0^0 \left[\left(1 - \frac{s}{b}\right)(1+x) e^{-x} - \frac{s_\alpha}{b} e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} = w\, \mathcal{Y}_0^0 \left[\left\{\left(1 - \frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b}\right) + \left(1 - \frac{s}{b}\right) x\right\} e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$b \ll s \, , \; b \ll s_\alpha$$

$$Y_2 = w\,Y_0^0\left[\left(\frac{s}{b}+\frac{s_\alpha}{b}+\frac{s}{b}x\right)e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s+b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} = w\,Y_0^0\left[\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}+x\right)e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s+b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}$$

$b \ll s \quad b \ll s_\alpha, \quad \frac{s_\alpha}{s+b} = \frac{s_\alpha}{s}\frac{1}{1+\frac{b}{s}} = \frac{s_\alpha}{s}\left(1+\frac{b}{s}+\frac{b^2}{s^2}\right) = \frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} + \frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2}$

$$e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\,e^{\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2} + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b^2}{s^2}\right)$$

$$Y_2 = w\,Y_0^0\left[\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) - \frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right)\left(\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2}+\frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b^2}{s^2}\right)\right]e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$= w\,Y_0^0\left[\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) - \left\{\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right)\left(\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2}+\frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b^2}{s^2}\right)\right\}\right]e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$= w\,Y_0^0\Big[\frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha}{s} - \cancel{\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}} + \frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b^2}{s^2} + \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} + \cancel{\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}} - \frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b^2}{s^2} + \frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b^2}{s^2}$$
$$- \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b}{s} - \cancel{\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}} + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^3}{s^3}\frac{b}{s} - \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^3}{s^3}\frac{b^2}{s^2}\Big]$$

$$Y_0 = Y_0^0\frac{s_0}{b}, \quad x = \frac{v^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{s'} = \frac{s_\alpha}{s-s_0}, \quad s-s_0 = \frac{s_\alpha}{x}, \quad s_0 = s - \frac{s_\alpha}{x}, \quad Y = Y_0^0\left(\frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{bx}\right) = Y_0^0\frac{s}{b}\left(1-\frac{s_\alpha}{sx}\right)$$

$$Y = w\,Y_0^0\int_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}}\left(\frac{s}{b}-\frac{s_\alpha}{bx}\right)e^{-x}dx = w\,Y_0^0\left[\frac{s}{b}(1+x)e^{-x} - \frac{s_\alpha}{b}e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s-b}}^{\frac{s_\alpha}{s}} = w\,Y_0^0\left[\left(\frac{s}{b}-\frac{s_\alpha}{b}+\frac{s}{b}x\right)e^{-x}\right]$$

$$\frac{s_\alpha}{s-b} = \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} + \frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2} \qquad e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(1-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s} - \frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2} + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b^2}{s^2}\right)$$

$$Y = w\,Y_0^0\left[\frac{s}{b}\left(-\frac{s_\alpha}{b}+\frac{s}{b}\frac{s_\alpha}{s-b}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} - \left(\frac{s}{b}-\cancel{\frac{s_\alpha}{b}}+\frac{s}{b}\frac{s_\alpha}{s}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\right]$$

$$= w\,Y_0^0\left[\left(\frac{s}{b}-\cancel{\frac{s_\alpha}{b}}+\cancel{\frac{s_\alpha}{b}}+\frac{s_\alpha}{s}+\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}\right)\left(1-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}-\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2}+\frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{s^2}\frac{b^2}{s^2}\right) - \frac{s}{b}\right]e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$= w\,Y_0^0\Big[\cancel{\frac{s}{b}} + \cancel{\frac{s_\alpha}{s}} + \cancel{\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}} - \cancel{\frac{s_\alpha}{s}} - \cancel{\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}} - \cancel{\frac{s_\alpha}{s}\frac{b}{s}} + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha}{s}\frac{b^2}{s^2} - \cancel{\frac{s}{b}}\Big]e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

$g = g_0 - \gamma z$, $\ddot{z} = g_0 - \gamma z$

Näherung $z = \frac{1}{2} g_0 t^2$, $\ddot{z} = g_0 - \frac{1}{2} g_0 \gamma t^2$

$\frac{dz}{dt} = g_0 t - \frac{1}{6} g_0 \gamma t^3$, $z = \frac{1}{2} g_0 t^2 - \frac{1}{24} g_0 \gamma t^4 = \frac{1}{2} g_0 t^2 \left(1 - \frac{1}{12} \gamma t^2\right)$

$z_l = \frac{1}{2} g_0 \frac{l^2}{v^2} \left(1 - \frac{1}{12} \gamma \frac{l^2}{v^2}\right)$ $\dot{z}_l = g_0 \frac{l}{v} \left(1 - \frac{1}{6} \gamma \frac{l^2}{v^2}\right)$

$t > \frac{l}{v}$

$z = \frac{1}{2} g_0 \frac{l^2}{v^2} \left(1 - \frac{1}{12} \gamma \frac{l^2}{v^2}\right) + g_0 \frac{l}{v} \frac{l}{2v} \left(1 - \frac{1}{6} \gamma \frac{l^2}{v^2}\right) = \frac{1}{2} g_0 \frac{l^2}{v^2} \left(2 - \frac{1}{4} \gamma \frac{l^2}{v^2}\right) = g_0 \frac{l^2}{v^2} \left(1 - \frac{1}{8} \gamma \frac{l^2}{v^2}\right)$

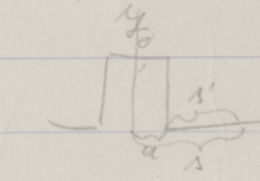
$dn = w \gamma_0 ds_0 e^{-\frac{v_x^2}{\alpha^2}} \frac{v_x^2}{\alpha^2} d\frac{v_x^2}{\alpha^2}$, $s' = s'\left(\frac{v_x^2}{\alpha^2}\right)$, $\frac{v_x^2}{\alpha^2} = f(s')$ $d\frac{v_x^2}{\alpha^2} = f'(s') \frac{ds'}{d's}$

$dn = w \gamma_0 ds_0 e^{-f(s')} f(s') f'(s') ds$,

$d\gamma = \frac{dn}{ds} = w \gamma_0 ds_0 e^{-f(s-s_0)} f(s-s_0) f'(s-s_0) = w \gamma_0 ds' e^{-f(s')} f(s') f'(s')$

$s' = s_x \frac{\alpha^2}{v^2}$ $\frac{v_x^2}{\alpha^2} = \frac{s_x}{s'}$, $f'(s') = -\frac{s_x}{s'^2}$, $f(s') f'(s') = \frac{s_x^2}{s'^3}$

$d\gamma = w \gamma(s') ds' e^{-\frac{s_x}{s'}} \frac{s_x^2}{s'^3}$ $\gamma = w \gamma_0 \int_{\frac{s_x}{s-a}}^{\frac{s_x}{s+a}} e^{-\frac{s_x}{s'}} \frac{s_x^2}{s'^3} d\frac{s'}{s_x}$



$\frac{s_x}{s'} = x$, $\frac{s'}{s_x} = \frac{1}{x}$, $d\frac{s'}{s_x} = -\frac{1}{x^2} dx$, $\gamma = w \gamma_0 \int e^{-x} x \, dx = w \gamma_0 (1+x) e^{-x} \Big|_{\frac{s_x}{s-a}}^{\frac{s_x}{s+a}}$

$\frac{\gamma}{\gamma_0} = w \left[\left(1 + \frac{s_x}{s+a}\right) e^{-\frac{s_x}{s+a}} - \left(1 + \frac{s_x}{s-a}\right) e^{-\frac{s_x}{s-a}}\right]$

$s = 3a$, $s_x = 2a$, $\frac{\gamma}{\gamma_0} = w \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right) e^{-\frac{1}{2}} - (1+1) e^{-1}\right] = w \frac{0,0908}{0,7358} = w \cdot 0,174$

$1,5 \cdot 0,6065 - 2 \cdot 0,3679$

$0,9098$

$0,174$

$$Y_0 = -Y_0^\circ \frac{s_0}{b} \quad \text{für} \quad -b < s_0 < 0 \quad \text{für} \quad Y_0 = 0, \quad s_0 = s - \frac{s_\alpha}{x}, \quad Y = Y_0^\circ \left(\frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{bx}\right)$$

$$Y_2 = w Y_0^\circ \int_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s+b}} \left(\frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{bx}\right) e^{-x} x \, dx = w Y_0^\circ \left[\frac{s}{b}(1+x)e^{-x} + \frac{s_\alpha}{b} e^{-x}\right]_{\frac{s_\alpha}{s}}^{\frac{s_\alpha}{s+b}}$$

$$Y_1 + Y_2 = w Y_0^\circ \left[\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s+b}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}} + \frac{s_\alpha}{b} e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}} - \frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \frac{s_\alpha}{b} e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\right.$$
$$\left. -\left(1-\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s-b}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} + \frac{s_\alpha}{b} e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} + \left(1-\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \frac{s_\alpha}{b} e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\right]$$

$$= w Y_0^\circ \left[\begin{array}{l} \frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha b}{s^2}\right)\left(1+\frac{s_\alpha b}{s^2}\right) + \frac{s_\alpha}{b}\left(1+\frac{s_\alpha b}{s^2}\right) - \frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) - \frac{s_\alpha}{b} \\ -\left(1-\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s}+\frac{s_\alpha b}{s^2}\right)\left(1-\frac{s_\alpha b}{s^2}\right) + \frac{s_\alpha}{b}\left(1-\frac{s_\alpha b}{s^2}\right) + \left(1-\frac{s}{b}\right)\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) - \frac{s_\alpha}{b} \end{array}\right] e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$\frac{s_\alpha}{s+b} = \frac{s_\alpha}{s\left(1+\frac{b}{s}\right)} = \frac{s_\alpha}{s}\left(1-\frac{b}{s}\right) = \frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha b}{s^2}, \quad e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}} e^{\frac{s_\alpha b}{s^2}} = e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(1+\frac{s_\alpha b}{s^2}\right)$$

$$\frac{s_\alpha}{s-b} \qquad e^{-\frac{s_\alpha}{s-b}} \qquad e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\left(1-\frac{s_\alpha b}{s^2}\right)$$

$$Y_1 + Y_2 = w Y_0^\circ \left[\left(\frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s_\alpha}{s}\right)\left(1+\frac{s_\alpha b}{s^2}\right) + \frac{s_\alpha}{b} + \frac{s_\alpha^2}{s^2} - \frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s_\alpha}{b}\right.$$
$$\left. -\left(1+\frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha b}{s^2} - \frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s_\alpha}{s}\right)\left(1-\frac{s_\alpha b}{s^2}\right) + \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s_\alpha^2}{s^2} + 1 - \frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s_\alpha}{b}\right] e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

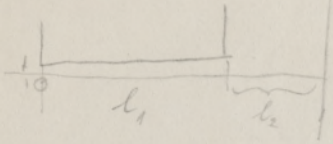
$$= w Y_0^\circ \left[\begin{array}{l} \frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha^2}{s^2} - \frac{s_\alpha^2 b}{s^3} - \frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b} \\ -1 - \frac{s_\alpha b}{s^2} + \frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{b} + \frac{s_\alpha b}{s^2} + \frac{s_\alpha^2 b^2}{s^4} - \frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha^2}{s^2} + 1 - \frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha}{b} \end{array}\right] e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$Y_2 = w Y_0^\circ \left[\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s+b}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}} + \frac{s_\alpha}{b} e^{-\frac{s_\alpha}{s+b}} - \frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{s}} - \frac{s_\alpha}{b} e^{-\frac{s_\alpha}{s}}\right],$$

$$= w Y_0^\circ \left\{\left[\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s} - \frac{s_\alpha b}{s^2}\right) + \frac{s_\alpha}{b}\right]\left(1+\frac{s_\alpha b}{s^2}\right) - \left[\frac{s}{b}\left(1+\frac{s_\alpha}{s}\right) + \frac{s_\alpha}{b}\right]\right\} e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$= w Y_0^\circ \left\{\left[\frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha}{b}\right]\left(1+\frac{s_\alpha b}{s^2}\right) - \left[\frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{b} + \frac{s_\alpha}{b}\right]\right\} e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$

$$= w_0 Y_0^\circ \left\{\frac{s}{b} + \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha}{b} + \frac{s_\alpha}{s} + \frac{s_\alpha^2}{s^2} - \frac{s_\alpha^2 b}{s^3} + \frac{s_\alpha^2}{s^2} - \frac{s_\alpha}{b} - \frac{s}{b} - \frac{s_\alpha}{b}\right\} e^{-\frac{s_\alpha}{s}}$$



$\ddot{z} = g \quad \dot{z} = gt = g\frac{x}{v} \quad z = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v^2} \quad 0 < x < l_1$

$z_{l_1} = \frac{1}{2}g\frac{l_1^2}{v^2}$, $\dot{z}_{l_1} = g\frac{l_1}{v}$, for $x > l_1$: $g = 0$, $\dot{z} = g\frac{l_1}{v}$, $z = \frac{1}{2}g\frac{l_1^2}{v^2} + g\frac{l_1}{v}\frac{l_2}{v^2} = \frac{1}{2}g\frac{l_1^2}{v^2}\left(1 + 2\frac{l_2}{l_1}\right)$

$l_2 = \frac{1}{2}l$, $l_1 = l$, $2\frac{l_2}{l_1} = 2\frac{\frac{1}{2}l}{l} = 1$, $z = \frac{1}{2}g\frac{l_1^2}{v^2}$ $z = g\frac{l^2}{v^2}$

$g = g(z) \quad \ddot{z} = g(z) = \frac{d\dot{z}}{dt}$, $\frac{d\frac{1}{2}\dot{z}^2}{dt} = \dot{z}\frac{d\dot{z}}{dt} = \dot{z}\ddot{z}$, $\ddot{z}\dot{z} = g(z)\dot{z}$, $\frac{d(\frac{1}{2}\dot{z}^2)}{dt} = g(z)\frac{dz}{dt}$

$\frac{1}{2}\dot{z}^2 = \int g(z)\,dz$, $\dot{z} = \sqrt{2\int g(z)\,dz}$

$g(z) = g_0 - \gamma z \quad \int g(z)\,dz = g_0 z - \frac{1}{2}\gamma z^2$, $\dot{z} = \frac{dz}{dt} = \sqrt{2g_0 z - \gamma z^2}$

$\gamma = 0$, $\frac{dz}{dt} = \sqrt{2g_0 z}$, $z = \frac{1}{2}g_0\frac{x^2}{v^2}$, $\sqrt{2g_0\frac{1}{2}g_0\frac{x^2}{v^2}} = \sqrt{g_0^2\frac{x^2}{v^2}} = g_0\frac{x}{v}$

1 Näherung $z = \frac{1}{2}g_0\frac{x^2}{v^2} \quad g = g_0 - \gamma\frac{1}{2}g_0\frac{x^2}{v^2} = \ddot{z}$, $\dot{z} = g_0\frac{x}{v} - \gamma\frac{1}{2}g_0\frac{1}{3}\frac{x^3}{v^3}$

$z = \frac{1}{2}g_0\frac{x^2}{v^2} - \gamma\frac{1}{6}g_0\frac{1}{4}\frac{x^4}{v^4} = \frac{1}{2}g_0\frac{x^2}{v^2}\left(1 - \gamma\frac{1}{12}\frac{x^2}{v^2}\right)$

$z_{l_1} = \frac{1}{2}g_0\frac{l_1^2}{v^2}\left(1 - \frac{\gamma}{12}\frac{l_1^2}{v^2}\right)$, $\dot{z}_{l_1} = g_0\frac{l_1}{v} - \frac{\gamma}{6}g_0\frac{l_1^2}{v^2} = g_0\frac{l_1}{v}\left(1 - \frac{\gamma}{6}\frac{l_1^2}{v^2}\right)$

$z = \frac{1}{2}g_0\frac{l_1^2}{v^2}\left(1 - \frac{\gamma}{12}\frac{l_1^2}{v^2}\right) + g_0\frac{l_1 l_2}{v^2}\left(1 - \frac{\gamma}{6}\frac{l_1^2}{v^2}\right) = \frac{1}{2}g_0\frac{l_1^2}{v^2} + g_0\frac{l_1 l_2}{v^2} - \frac{1}{2}g_0\frac{l_1^2}{v^2}\left(\frac{\gamma}{12}\frac{l_1^2}{v^2} - \frac{\gamma}{6}\frac{l_1}{l_2}\frac{1}{v^2}\right)$

$$dn = \frac{1}{2} dn_0 \frac{2}{\alpha^4} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} v^3 dv$$

$$n_{v_2}^{v_1} = \frac{1}{2} dn_0 \int_{\frac{v_2^2}{\alpha^2}}^{\frac{v_1^2}{\alpha^2}} e^{-y} y \, dy$$

$$\int_{y_2}^{y_1} e^{-y} y \, dy = \int_{y_1}^{y_2} y \, de^{-y} = y e^{-y} \Big|_{y_1}^{y_2} - \int_{y_1}^{y_2} e^{-y} dy = y e^{-y} + e^{-y} \Big|_{y_1}^{y_2} = (1+y) e^{-y} \Big|_{y_1}^{y_2}$$

$$s' = s_\alpha \frac{\alpha^2}{v^2}, \quad ds = ds' = -2 s_\alpha \frac{\alpha^2}{v^3} dv, \quad \frac{v^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{s'}$$

$$dn = \frac{1}{2} dn_0 \; e^{-\frac{s_\alpha}{s'}} \frac{v^6}{\alpha^6} \frac{2\alpha^2}{v^3} dv = \frac{1}{2} dn_0 e^{-\frac{s_\alpha}{s'}} \left(\frac{s_\alpha}{s'}\right)^3 d\frac{s}{s_\alpha}$$

$$dY = \frac{1}{2} Y_0 \frac{ds_0}{s_\alpha} e^{-\frac{s_\alpha}{s'}} \left(\frac{s_\alpha}{s'}\right)^3$$

$$Y = \frac{1}{2} Y_0 \frac{1}{s_\alpha} \int e^{-\frac{s_\alpha}{s}} \left(\frac{s_\alpha}{s'}\right)^3 ds_0$$

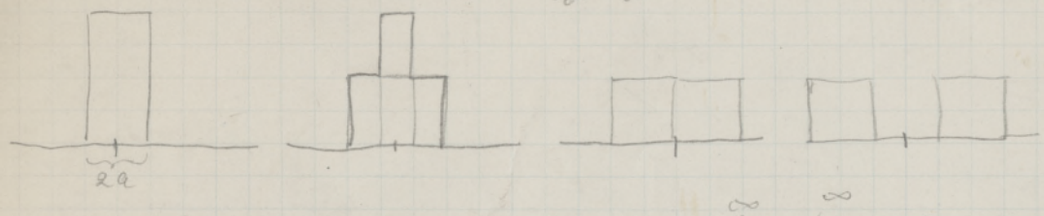
$$Y = Y_0 \left(1 + \frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$n = n_0 \int_{v_0}^{\infty} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{v^2}{\alpha^2} d\frac{v^2}{\alpha^2}, \quad s = s_\alpha \frac{\alpha^2}{v^2}, \quad a = s_\alpha \frac{\alpha^2}{v_0^2}, \quad \frac{v_0^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{a}$$

$$= n_0 \int_{\frac{s_\alpha}{a}}^{\infty} e^{-x} x \, dx = n_0 (1+x) e^{-x} \Big|_{\frac{s_\alpha}{a}}^{\infty} = n_0 \left(1 + \frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$dn = n_0 2\frac{1}{\alpha^4} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} c^3 dc \qquad n_0 = n_0 \int_0^\infty e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2} = n_0 \int_0^\infty e^{-x} x\, dx = n_0$$

$$\int_0^\infty e^{-x} x\, dx = \int_\infty^0 x\, de^{-x} = x e^{-x}\Big|_\infty^0 - \int_\infty^0 e^{-x} dx = x e^{-x} + e^{-x}\Big|_\infty^0 = 1$$



$$s = s_\alpha \frac{\alpha^2}{c^2}, \quad c_0 : a = s_\alpha \frac{\alpha^2}{c_0^2}, \quad \frac{c_0^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{a} \qquad \int_{c_0}^\infty dx = \int_{x_0}^\infty e^{-x} x\, dx = -(1+x)e^{-x}\Big|_{x_0}^\infty = \left(1 + \frac{c_0^2}{\alpha^2}\right) e^{-\frac{c_0^2}{\alpha^2}}$$

$$\frac{f}{f_0} = \frac{\int_{c_0}^\infty dn}{\int_0^\infty dn} = \frac{n_0 (1+\frac{s_\alpha}{a}) e^{-\frac{s_\alpha}{a}}}{n_0} = \left(1 + \frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}} \qquad \frac{s_\alpha}{a} \ll 1 : e^{-\frac{s_\alpha}{a}} = 1 - \frac{s_\alpha}{a} + \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2}$$

$$= 1 - \frac{1}{2}\frac{s_\alpha^2}{a^2} \text{ т.к. } \frac{s_\alpha}{a} \ll 1 \qquad + \frac{s_\alpha}{a} - \frac{s_\alpha^2}{a^2}$$

$$\lambda = \lambda_\alpha \frac{c}{\alpha}, \quad dn = dn_0 \cdot e^{-\frac{l}{\lambda}} = e^{-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\alpha}{c}} dn_0, \quad dn = n_0^\circ \frac{2}{\alpha^4} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2} - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\alpha}{c}} c^3 dc$$

$$\frac{f_0'}{f_{0\infty}} = \frac{\int_0^\infty e^{-\frac{l\alpha}{\lambda_\alpha c}} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}}{\int_0^\infty e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}}, \quad \frac{l\alpha}{\lambda_\alpha c} > 1, \quad e^{-\frac{l\alpha}{\lambda_\alpha c}} = 1 - \frac{l\alpha}{\lambda_\alpha c} \qquad \frac{s_\alpha}{a} = \frac{1}{2}, \frac{s_\alpha^2}{a^2} = \frac{1}{4}, \frac{f}{f_0} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{c_0^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{f_0'}{f_{0\infty}} = 1 - \frac{l}{\lambda_\alpha} \frac{\int_0^\infty e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}}{1}, \qquad \int_0^\infty e^{-x^2} x\, dx^2 = \int_\infty^0 x\, de^{-x^2} = x e^{-x^2}\Big|_\infty^0 - \int_\infty^0 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\frac{f_0'}{f_0} = 1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{1{,}772}{2} = 0{,}886 \quad \frac{l}{\lambda_\alpha} = \frac{1}{10}, \quad \frac{f_0'}{f_0} = 1 - 0{,}0886$$

$$\frac{f'}{f_0'} = c_0 \frac{\int_0^\infty e^{-\frac{l\alpha}{\lambda_\alpha c}} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}}{\int_0^\infty e^{-\frac{l\alpha}{\lambda_\alpha c}} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}} = \frac{\left(1 + \frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \frac{l}{\lambda_\alpha} c_0 \int_0^\infty e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c}{\alpha} d\frac{c^2}{\alpha^2}}{1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}} = \frac{\left(1 + \frac{s_\alpha}{a}\right) e^{-\frac{s_\alpha}{a}} \left(1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)}{1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}}$$

$$\frac{c}{\alpha} = \frac{c^2}{\alpha^2} - \frac{c^2}{\alpha^2} + \frac{c}{\alpha} \qquad = \frac{f}{f_0} + \frac{\frac{l}{\lambda_\alpha} \int_0^\infty e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \left(\frac{c^2}{\alpha^2} - \frac{c}{\alpha}\right) d\frac{c^2}{\alpha^2}}{1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}}$$

$$\int_{x_0}^{\infty} e^{-x^2} x\,dx^2 = \int_{\infty}^{x_0} x\,de^{-x^2} = x e^{-x^2}\Big|_{\infty}^{x_0} - \int_{\infty}^{x_0} e^{-x^2}dx = x_0 e^{-x_0^2} + \int_{x_0}^{\infty} e^{-x^2}dx$$

$$\frac{y'}{y_0'} = \frac{\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \frac{l}{\lambda_\alpha}\left[\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}e^{-\frac{s_\alpha}{a}} + \int_{\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}}^{\infty} e^{-x^2}dx\right] - \frac{l\sqrt{\pi}}{\lambda_\alpha^2}\left[\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}}\right]}{1-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}}$$

$$\frac{y'}{y_0'} = \frac{\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}}}{1-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}} + \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{1}{1-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}}\left[\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \int_{\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}}^{\infty} e^{-x^2}dx\right]$$

$$\frac{y'}{y_0'} = \frac{y}{y_0} + \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{1}{1-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}}\left\{\left[\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \int_{\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}}^{\infty} e^{-x^2}dx\right\}\right.$$

$$\frac{l}{\lambda_\alpha} = 0{,}1 \qquad \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0{,}0886 \qquad \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{1}{1-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}} = 0{,}1\,\frac{1}{0{,}9114} = 0{,}110$$

$$\frac{s_\alpha}{a} = \frac{1}{2} \qquad \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} = 0{,}910 \qquad e^{-\frac{s_\alpha}{a}} = \frac{1{,}820}{0{,}910\cdot 2} = 0{,}607 \qquad \sqrt{\frac{s_\alpha}{a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1{,}414} = 0{,}707$$

$$\frac{y'}{y_0'} = \frac{y}{y_0} + 0{,}110\left\{\underbrace{0{,}886}_{0{,}806}\cdot 0{,}910 - \underbrace{0{,}707}_{0{,}430}\cdot 0{,}607 - \int_{0{,}707}^{\infty} e^{-x^2}dx\right\}$$

$$= \frac{y}{y_0} + 0{,}110\left\{0{,}376 - \int_{0{,}707}^{\infty} e^{-x^2}dx\right\} = \frac{y}{y_0} + 0{,}110\left(\begin{matrix}0{,}376\\ -0{,}280_5\\ \hline 0{,}095_5\end{matrix}\right) = \frac{y}{y_0} + 0{,}110\cdot 0{,}095_5 = \frac{y}{y_0} + 0{,}010_5$$

$$\left\{\right\} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} + \int_0^{\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}} e^{-x^2}dx \to \frac{\sqrt{\pi}}{2}\Phi\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left[\left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}} - 1 + \Phi\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}\right] - \sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}e^{-\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$\int_x^{\infty} e^{-x^2}dx = \int_0^{\infty} e^{-x^2}dx - \int_0^{x} e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \int_0^{\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}} e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\Phi\left(\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}\right)$$

$$\frac{y'}{y'_0} = \frac{y}{y_0} + \frac{\frac{l}{\lambda_\alpha}}{1-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}}\left[\frac{\sqrt{\pi}}{2}\int_{c_0}^{\infty} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}}\frac{c^2}{\alpha^2}\,d\frac{c^2}{\alpha^2} - \int_{c_0}^{\infty} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}}\frac{c}{\alpha}\,d\frac{c^2}{\alpha^2}\right]$$

$$[\,] = \int_{x_0}^{\infty} e^{-x^2}x^2\,dx^2 - \int_{x_0}^{\infty} e^{-x^2}x\,dx^2 \quad , \quad x_0^2 = \frac{c_0^2}{\alpha^2} = \frac{s_\alpha}{a} \quad , \quad x_0 = \sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$\int_{x_0^2}^{\infty} e^{-y}y\,dy = \int_{\infty}^{x_0^2} y\,de^{-y} = y\,e^{-y}\Big|_{\infty}^{x_0^2} - \int_{\infty}^{x_0^2} e^{-y}dy = x_0^2 e^{-x_0^2} + e^{-x_0^2} = \left(1+\frac{s_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{s_\alpha}{a}}$$

$$\int_{x_0}^{\infty} e^{-x^2}x\,dx^2 = \int_{\infty}^{x_0} x\,de^{-x^2} = x\,e^{-x^2}\Big|_{\infty}^{x_0} - \int_{\infty}^{x_0} e^{-x^2}dx = x_0 e^{-x_0^2} + \int_{x_0}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}\,e^{-\frac{s_\alpha}{a}} + \int_{\sqrt{\frac{s_\alpha}{a}}}^{\infty} e^{-x^2}dx$$

$$\bar{\Phi}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}dx \quad , \quad \int_x^{\infty} e^{-x^2}dx = \int_0^{\infty} e^{-x^2}dx - \int_0^x e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\bar{\Phi}(x)$$

$$\int_x^{\infty} e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}(1-\bar{\Phi}(x)) = 0{,}886(1-0{,}683) = 0{,}886\cdot 0{,}317 =$$

$$e^{-x}e^{-\frac{c}{x}}x\,dx$$

$\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ $\log\pi = 0,49715 : 2$ $\sqrt{\pi} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,8863$
$\log\sqrt{\pi} = 0,24857$ $= 1,772$
$-\log 2 = 0,30103$
$9,94754$

$$\frac{\gamma'}{\gamma_0'} = \frac{\gamma}{\gamma_0} + \frac{l}{\lambda_\alpha} \frac{1}{1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left[\left(1+\frac{\delta_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{\delta_\alpha}{a}} + \Phi\left(\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}\right) - 1\right] - \sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}\, e^{-\frac{\delta_\alpha}{a}} \right\}$$

$\frac{\delta_\alpha}{a} = \frac{1}{2}$, $e^{-\frac{\delta_\alpha}{a}} = 0,6065$, $\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}} = \sqrt{0,5} = 0,7071$, $\Phi\left(\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}\right) = 0,6827$

$\{\} = 0,886\left[1,5 \cdot 0,6065 + 0,6827 - 1\right] - 0,7071 \cdot 0,6065 = 0,8863 \cdot 0,5925 - 0,7071 \cdot 0,6065$

$= 0,5250 - 0,4288 = 0,0972$

$\frac{\delta_\alpha}{a} = 1$ $e^{-\frac{\delta_\alpha}{a}} = 0,3679$ $\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}} = 1$ $\Phi\left(\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}\right) = 0,8427$

$\{\} = 0,8863\left[2 \cdot 0,3679 + 0,8427 - 1\right] - 0,3679 = 0,8863 \cdot 0,5785 - 0,3679$

$= 0,5126 - 0,3679 = 0,1447$

$\frac{\delta_\alpha}{a} = 2$ $e^{-\frac{\delta_\alpha}{a}} = 0,1353$ $\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}} = 1,414$ $\Phi\left(\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}\right) = 0,9545$

$\{\} = 0,8863\left[3 \cdot 0,1353 + 0,9545 - 1\right] - 1,414 \cdot 0,1353 = 0,8863 \cdot 0,3604 - 1,414 \cdot 0,1353$

$= 0,3194 - 0,1913 = 0,1281$

$$\frac{\frac{\gamma'}{\gamma_0'} - \frac{\gamma}{\gamma_0}}{\frac{\gamma}{\gamma_0}} = \frac{l}{\lambda_\alpha} \frac{1}{1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left[1 - \frac{1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}\right)}{\left(1+\frac{\delta_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{\delta_\alpha}{a}}}\right] - \frac{\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}}{1+\frac{\delta_\alpha}{a}} \right\}$$

$$= \frac{l}{\lambda_\alpha} \frac{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}{1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \left[1 - \frac{1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}\right)}{\left(1+\frac{\delta_\alpha}{a}\right)e^{-\frac{\delta_\alpha}{a}}} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\frac{\delta_\alpha}{a}}}{1+\frac{\delta_\alpha}{a}} \right]$$

$\frac{\delta_\alpha}{a} = \frac{1}{2}$: $[\,] = 1 - \frac{0,3173}{0,9098} - \frac{2}{1,772}\frac{0,7071}{1,5} = 1 - 0,3486 - 0,532 = 0,120$ $\quad 0,886 \cdot 0,9098 = 0,0971$

$\frac{\delta_\alpha}{a} = 1$: $[\,] = 1 - \frac{0,1573}{0,7358} - \frac{2}{1,772}\frac{1}{2} = 1 - 0,2139 - 0,5645 = 0,2216$ $\quad 0,886 \cdot 0,736 = 0,145$

$\frac{\delta_\alpha}{a} = 2$: $[\,] = 1 - \frac{0,0455}{0,4059} - \frac{2}{1,772}\frac{1,414}{3} = 1 - 0,112 - 0,532 = 0,356$ $\quad 0,886 \cdot 0,406 = 0,128$

8.000 6.000 600 2.000 550

5.000 +1.800 1.200

4.200

3.000 1.800

2.400

1.800

1.680

900

23.080

$$dn = \frac{1}{2} dn_0 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}$$

$$\int_0^\infty e^{-x} x\,dx = \int_\infty^0 x\,de^{-x} = x e^{-x}\Big|_\infty^0 - \int_\infty^0 e^{-x}dx = e^{-x}\Big|_\infty^0 = 1$$

$$dn = C\,dn_0 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^4}{\alpha^4} d\frac{c^2}{\alpha^2}, \quad dn_0 = C\,dn_0 \int_0^\infty e^{-x} x^2 dx, \quad 1 = C \cdot 2, \quad C = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^\infty e^{-x} x^2 dx = \int_\infty^0 x^2 de^{-x} = x^2 e^{-x}\Big|_\infty^0 - 2\int_\infty^0 e^{-x} x\,dx = 2$$

$$dn_0 = n_0 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}$$

$$dn = dn_0 e^{-\frac{l}{\lambda}}, \quad \lambda = \lambda_\alpha f\left(\frac{c}{\alpha}\right) = \frac{\lambda_\alpha^0}{\mu} f\left(\frac{c}{\alpha}\right), \quad dn = dn_0 e^{-\frac{l}{\lambda_\alpha^0} \mu f\left(\frac{c}{\alpha}\right)} = dn_0 \left(1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha^0 f\left(\frac{c}{\alpha}\right)}\right)$$

$$dn = n_0 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2} - n_0 \mu \frac{l}{\lambda_\alpha^0 f\left(\frac{c}{\alpha}\right)} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}$$

$$n = n_0 \left(1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha^0} \int_0^\infty \frac{1}{f\left(\frac{c}{\alpha}\right)} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c^2}{\alpha^2}\right) \quad \int_0^\infty e^{-x} dx = -e^{-x}\Big|_0^\infty = 1$$

$$f\left(\frac{c}{\alpha}\right) = \frac{c^2}{\alpha^2}, \quad n = n_0 \left(1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha^0} \int_0^\infty e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} d\frac{c^2}{\alpha^2}\right) = n_0 \left(1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha^0}\right)$$

$$\mu \frac{l}{\lambda_\alpha} = 0{,}1 \quad e^{-0{,}1\frac{\alpha^2}{c^2}} = 1 - 0{,}1\frac{\alpha^2}{c^2} + \frac{1}{2}\left(0{,}1\frac{\alpha^2}{c^2}\right)^2 - +$$

$$\frac{\alpha^2}{c^2} = 4, \quad e^{-0{,}1\cdot 4} = 1 - 0{,}4 + \frac{1}{2} 0{,}16 - +\cdots, \quad \int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x} x\,dx = \int_{\frac{1}{4}}^0 x\,de^{-x} = x e^{-x}\Big|_{\frac{1}{4}}^0 + e^{-x}\Big|_{\frac{1}{4}}^0 = (1+x) e^{-x}\Big|_{\frac{1}{4}}^0$$

$$= 1 - \left(1 + \frac{1}{4}\right) e^{-\frac{1}{4}} = 1 - 0{,}943 - 0{,}027$$

$$dn = n\, e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} \frac{1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha} \frac{\alpha^2}{c^2}}{1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha}} d\frac{c^2}{\alpha^2}, \quad 1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha} \frac{\alpha^2}{c^2} = 1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha} + \mu \frac{l}{\lambda_\alpha} - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha} \frac{\alpha^2}{c^2}$$

$$dn = n\, e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} \left[1 + \mu \frac{l}{\lambda_\alpha} \frac{1 - \frac{\alpha^2}{c^2}}{1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha}}\right] d\frac{c^2}{\alpha^2}$$

$$n = n\left\{1 + \frac{\mu \frac{l}{\lambda_\alpha}}{1 - \mu \frac{l}{\lambda_\alpha}} (1 - 1)\right\} = n$$

$e^{-0,2} = 1 - 0,2 + \frac{1}{2}0,04 - \frac{1}{6}0,016$ $\quad 1 - e^{-0,2} = 0,183$

$1 - 0,1 + \frac{1}{2}0,01$ $\quad = 0,095$

$\frac{1}{4!}\left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{5-1}{5!}$ $\quad \frac{n-1}{n!}$

$(1+x)e^{-x} = (1+x)\left(1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 - + \dots\right) = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{5!}x^5$

$= 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{30}x^5$ $\quad + x - x^2 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{4!}x^5$

$x = \frac{1}{2}: (1+x)e^{-x} = 1 - 0,125 + 0,02083$ $\quad 1,0213$

$-0,00781 + 0,000502$ $\quad -0,1328$

$-0,1328 \quad 0,0213$ $\quad 0,8885$

$Z = \sigma^2 \pi c \qquad \int_0^\infty e^{-y} y\,dy = \int_\infty^0 y\,de^{-y} = y e^{-y}\Big|_\infty^0 - \int_\infty^0 e^{-y}dy = e^{-y}\Big|_\infty^0 = 1$

$\lambda = \lambda_\alpha \frac{c}{\alpha}$

$J = J_0 e^{-\frac{l}{\lambda}} = J_0 e^{\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\alpha}{c}} = J_0\left(1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\alpha}{c}\right)$

$dJ_0 = \mathcal{C} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^3}{\alpha^3} d\frac{c}{\alpha}, \quad J_0 = \frac{1}{2}\mathcal{C}\int_{\frac{c}{\alpha}=0}^{\frac{c}{\alpha}=\infty} e^{-x^2} x^2 dx^2 = \frac{1}{2}\mathcal{C}\int_0^\infty e^{-y} y\,dy = \frac{1}{2}\mathcal{C}, \quad \mathcal{C} = 2J_0$

$dJ_0 = 2J_0 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^3}{\alpha^3} d\frac{c}{\alpha}, \quad dJ = 2J_0\left(1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\alpha}{c}\right)e^{-}$

$J = J_0\left[1 - \frac{l}{\lambda_\alpha} 2\int_0^\infty e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} \frac{c^2}{\alpha^2} d\frac{c}{\alpha}\right] = J_0\left[1 - \frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right] \qquad \frac{l}{\lambda_\alpha}$

$\int_0^\infty e^{-x^2} x^2 dx = \frac{1}{2}\int_\infty^0 x\,de^{-x^2} = \frac{1}{2} x e^{-x^2}\Big|_\infty^0 + \frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$

$dn_0 = dn_0^\circ \mathcal{C}\int_{v=0}^{v=\infty} \frac{1}{\alpha^4} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} v^3 e^{-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{\alpha}{v}} dv$

$J_0 ds_0 = J_0^\circ ds_0 \mathcal{C}\int_0^\infty e^{x^2} x^3 e^{-\frac{l}{\lambda_\alpha}\frac{1}{x}} dx$

29.0800

6.000

2038
40
2000

97694

8 Se
5.3 E
3 Y
2.7 S
1.8 T F
1.68 H
9 F
23.080

13.119
9890
3229
450
2779